

ВІДГУК

на дисертаційну роботу

Пожарської Катерини Віталіївни

"Найкращі наближення та ентропійні числа класів періодичних функцій багатьох змінних"

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико – математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, 111 — математика

Дисертаційна робота Пожарської К.В. присвячена дослідженню найкращих M -членних та найкращих ортогональних тригонометричних наближень, а також найкращих білінійних наближень та порядку спадання ентропійних чисел класів періодичних функцій багатьох змінних.

В своєму розвитку теорія наближення функцій пройшла декілька етапів. На першому етапі розглядалися наближення індивідуальних функцій. Другий етап характеризується наближенням класів функцій. Основу другого етапу заклали відомі роботи А. Лебега, Ш. Валле-Пуссена, А.М. Колмогорова, С.М. Нікольського, Ж. Фавара і ін. Дослідження цих математиків були продовжені Н.І. Ахієзером, Я.С. Бугровим, К.І. Бабенком, В.К. Дзядиком, М.П. Корнейчуком, М.Г. Крейнном, О.В. Єфімовим, С.Б. Стечкиним, О.І. Степанцем, С.О. Теляковським, О.П. Тіманом, М.П. Тіманом, П.Л. Ульяновим, Е.С. Белінським та ін.

Особливе місце в теорії наближення періодичних функцій займають тригонометричні ряди і зокрема ряди Фур'є функцій багатьох змінних. А. Зігмундом було відмічено, що "... ця область величезна і багато обіцяюча, ... результати тут можуть виявитись навіть більш важливими для застосувань, ніж у випадку одного змінного".

Дослідження в області наближення функцій багатьох змінних проводяться в роботах В.В. Андрієвського, В.Ф. Бабенка, А.С. Романюка, В.С. Романюка,

В.В. Савчука, С.А. Стасюка, В.М. Темлякова, Р.М. Тригуба, А.Л. Шидліча і багатьох інших.

В дисертації Пожарської К.В. встановлено порядкові оцінки найкращих наближень та ентропійних чисел класів періодичних функцій багатьох змінних.

Дана дисертаційна робота складається із вступу і трьох розділів. У вступі приведені основні позначення і означення, постановка задач, їх актуальність, новизна, основні завдання роботи і апробація одержаних результатів.

В першому розділі дисертації, який складається з двох підрозділів, робиться повний огляд робіт, що стосуються розглядуваних в дисертаційній роботі задач. Зокрема, в першому підрозділі формулюються постановки задач про найкраще M -членне тригонометричне наближення і найкраще ортогональне тригонометричне наближення та історія їх розгляду. В другому підрозділі приводиться постановка задачі про найкраще білінійне наближення та задачі про ентропійні числа функціональних класів і історична довідка про ці задачі.

Розділ 2 дисертації присвячений дослідженню таких апроксимативних характеристик як найкращі M -членні тригонометричні наближення та найкращі ортогональні тригонометричні наближення класів періодичних функцій багатьох змінних. Цей розділ складається з п'яти підрозділів. В підрозділі 2.1 приведені постановка задач та допоміжні твердження з допомогою яких доводяться результати цього розділу.

Встановлені оцінки найкращих ортогональних (теорема 2.1) та найкращих M -членних тригонометричних наближень (теорема 2.2 та 2.3) функцій $D_{\beta}^{\psi}(\mathbf{x})$, ряд Фур'є яких має вигляд

$$S \left[D_{\beta}^{\psi}(\mathbf{x}) \right] = \sum_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^d} \prod_{j=1}^d \psi_j(|k_j|) e^{i \frac{\pi \beta_j}{2} \text{sign} k_j} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{x})}, \quad \mathbf{x} \in \pi_d$$

приведені в підрозділі 2.2. А в підрозділі 2.3, на основі результатів попереднього підрозділу отримано оцінки цих апроксимативних характеристик для

класів функцій $L_{\beta,1}^{\psi}$ у метриці простору L_q , $1 < q < \infty$.

Оцінки найкращих M -членних тригонометричних наближень на класах $L_{\beta,p}^{\psi}$ функцій багатьох змінних малої гладкості встановлено в підрозділі 2.4. Висновки з розділу 2 приведені у підрозділі 2.5. Тут же містяться посилання на роботи в яких опубліковані результати розділу 2.

В третьому розділі дисертаційної роботи встановлені порядкові оцінки найкращих білінійних наближень та ентропійних чисел класів періодичних функцій. Цей розділ складається з шести підрозділів. В першому і третьому підрозділах містяться постановки задач про білінійні наближення і ентропійні числа, відповідно, а також містяться допоміжні твердження, які необхідні для розв'язання сформульованих задач.

В підрозділі 3.2 знайдено порядкові оцінки для величини

$$\tau_M(L_{\beta,p}^{\psi})_{q_1,q_2} = \sup_{f \in L_{\beta,p}^{\psi}} \inf_{u_i(\mathbf{x}), v_i(\mathbf{y})} \left\| f(\mathbf{x} - \mathbf{y}) - \sum_{i=1}^M u_i(\mathbf{x}) v_i(\mathbf{y}) \right\|_{q_1, q_2}.$$

Відмітимо, що одержані результати, в деяких випадках, є новими і для функцій однієї змінної.

Оцінки ентропійних чисел

$$\varepsilon_M(B_{p,\theta}^{\Omega}, L_q) = \inf \left\{ \varepsilon : \exists \mathbf{y}^1, \dots, \mathbf{y}^{2^k} \in \mathbb{R}^d : B_{p,\theta}^{\Omega} \subseteq \bigcup_{j=1}^{2^k} B_X(\mathbf{y}^j, \varepsilon) \right\}$$

для класів $B_{p,\theta}^{\Omega}$ періодичних функцій однієї та багатьох змінних у просторі L_q , $1 \leq q < \infty$ приведені в підрозділі 3.4, а в рівномірній метриці в підрозділі 3.5. Висновки з розділу 3 сформульовані в підрозділі 3.6.

З аналізу змісту дисертації випливає, що дисертаційна робота Пожарської К.В. є актуальною і завершеною науковою роботою, де отримані нові, важливі для теорії наближень і її суміжних областей, результати, які повністю опубліковані в шести статтях у фахових виданнях, з яких три входять у Scopus.

Всі результати отримані автором одноосібно, і апробовані на ряді семінарів і міжнародних математичних конференцій.

Високий рівень одержаних результатів і майстерність при викладі цих результатів свідчать про значну підготовку і математичну культуру дисертанта.

В роботі є незначна кількість описок, граматичних неузгодженостей. Наприклад:

1. Стор. 55. Нерівність (2.25), на мою думку, варто було б написати у вигляді

$$\left\| \delta_s(D_\beta^\psi; \mathbf{x}) - P(\theta_{N_s}; \mathbf{x}) \right\|_q \ll \left(\frac{2^{(s,1)}}{N_s} \right)^{\frac{1}{2}} \left\| \delta_s(D_\beta^\psi) \right\|_2. \quad (2.25)$$

2. Стор. 56, 2-й абзац. Написано: "... оцінка I_6 була встановлена ...". Варто було б написати: "... оцінка виразу I_6 була встановлена...". Аналогічно: "Перейдемо до встановлення оцінки I_5 ...". Має бути "Перейдемо до оцінки виразу I_5 ...".

3. Стор. 123. У підрозділі 3.6 "Висновки до розділу 3", 3-й абзац зверху, написано: "У підрозділі 3.3 отримано ...". Повинно бути: "У підрозділі 3.4 отримано ...". А в передостанньому абзаці початок речення має бути таким: "У підрозділі 3.5 встановлено ...".

Слід відмітити, що робота Пожарської К.В. написана математично грамотно, чітко, досить акуратно. Приведена бібліографія є досить повною. Автореферат повністю відповідає змісту дисертації.

Приведені зауваження не є істотними і суттєво не впливають на загальну позитивну оцінку даної дисертаційної роботи.

Вважаю, що робота Пожарської К.В. "Найкращі наближення та ентропійні числа класів періодичних функцій багатьох змінних" за рівнем наукових досліджень, їх актуальністю, науковою новизною, кількістю публікацій у фахових виданнях і рівнем апробації відповідає вимогам пп. 9, 11–13 "Поряд-

ку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України №567 від 24.07.2013), щодо кандидатських дисертацій, а її автор Пожарська К.В. заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент
доктор фіз.-мат. наук, професор,
професор кафедри математичного аналізу
та теорії ймовірностей
фізико-математичного факультету
НТУУ "КПІ імені І. Сікорського"

Задерей П.В.

Учений секретар
КПІ ім. Ігоря Сікорського



Мельниченко А.А.

Надійшов до спеціалізованої

вченої ради

Секретар



Д 26.06.01

17.01.2019р.

/ Сатур О.Р. /