

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Пожарської Катерини Віталіївни

"Найкращі наближення та ентропійні числа класів періодичних функцій багатьох змінних"

поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико – математичних
наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Дисертаційну роботу присвячено встановленню порядкових оцінок величин нелінійної апроксимації, а також величин ентропійних чисел класів періодичних функцій багатьох змінних.

Апроксимативні характеристики, пов'язані з нелінійною апроксимацією, активно досліджуються спеціалістами з теорії наближення вже більше сорока років. Підвищений інтерес проявляється, зокрема, до встановлення порядкових оцінок величин найкращого M -членного та ортогонального тригонометричних наближень, найкращих білінійних наближень. Це пов'язано з тим, що у багатьох ситуаціях помічено переваги нелінійних методів наближення у порівнянні з лінійними. Крім цього, одержані у цьому напрямі результати знаходять практичні застосування, зокрема, у питаннях кодування, передачі і відтворення зображень, а також можуть бути використані при дослідженні інших величин, наприклад, для встановлення оцінок сингулярних чисел інтегральних операторів та колмогоровських поперечників відповідних функціональних класів.

У дисертації також досліджено поведінку величин ентропійних чисел функціональних класів. Ця характеристика є важливою з огляду на те, що маючи інформацію про поведінку ентропійних чисел компактної множини можна робити висновок, наскільки масивною є ця множина, і якими апроксимативними властивостями вона володіє.



Дисертанткою розглянуто класи періодичних функцій багатьох змінних $L_{\beta,p}^{\psi}$ та $B_{p,\theta}^{\Omega}$, які при певному виборі параметрів, що визначають ці класи, збігаються, відповідно, із відомими класами Вейля – Надя $W_{\beta,p}^r$ та Нікольського – Бесова $B_{p,\theta}^r$. Відмітимо, що згадані апроксимативні характеристики на теперішній час достатньо повно вивчені стосовно класичних класів $W_{\beta,p}^r$ та $B_{p,\theta}^r$, в більшій мірі, однієї, а також багатьох змінних. Проте ці величини не були достатньо досліджені на класах $L_{\beta,p}^{\psi}$, які в одновимірному випадку введені у 1983 році О. І. Степанцем, і потім поширені на d -вимірний випадок П. В. Задереєм та А. С. Романюком, а також на класах $B_{p,\theta}^{\Omega}$, які при $\theta = \infty$ були введені М. М. Пустовойтовим у 1994 році, а згодом поширені на випадок $1 \leq \theta < \infty$ у роботі S. Yongsheng, W. Heping.

Дисертаційна робота складається з анотації, змісту, переліку умовних позначень, вступу, трьох розділів, висновків, а також списку використаних джерел, що містить 109 найменувань. Повний обсяг дисертації становить 137 сторінок.

У *вступі* висвітлено актуальність теми дисертаційного дослідження, зазначено мету, завдання та методи дослідження, описано наукову новизну отриманих результатів, особистий внесок здобувача, зроблено коментарі про апробацію та відповідні наукові публікації.

У **першому розділі** дисертації дається історична довідка щодо дослідження величин найкращого ортогонального та M -членного тригонометричних наближень, найкращих білінійних наближень та ентропійних чисел функціональних класів. Тут наведена детальна бібліографія та прокоментовано взаємозв'язки між досліджуваними характеристиками.

У **другому розділі** дисертаційної роботи встановлено порядкові оцінки найкращих ортогональних та M -членних тригонометричних наближень періодичних функцій багатьох змінних D_{β}^{ψ} , які при певному виборі кратної



послідовності ψ співпадають з аналогами ядер Бернуллі, а також класів періодичних функцій багатьох змінних $L_{\beta,1}^{\psi}$, у просторі L_q , $1 < q < \infty$. При цьому, зі встановлених у теоремах 2.3 та 2.6 результатів випливає, що у випадку $2 < q < \infty$ поведінка відповідних апроксимативних характеристик досліджуваних функцій та класів відрізняється в степеневій шкалі. Крім цього, у теоремі 2.7 розглянуто найкращі M -членні тригонометричні наближення класів $L_{\beta,p}^{\psi}$ функцій малої гладкості та виявлено, що отримані оцінки зверху кращі за порядком, ніж відповідні оцінки найкращих ортогональних тригонометричних наближень та наближень за допомогою тригонометричних поліномів з "номерами" гармонік зі східчастих гіперболічних хрестів.

Зазначимо, що більшість результатів є новими і в одновимірному випадку, крім цього, для відомих при $d = 1$ оцінок дисертантці вдалося зняти суттєві додаткові умови на послідовності.

Третій розділ дисертації присвячено встановленню оцінок найкращих білінійних наближень класів періодичних функцій $2d$ змінних, які породжені функціями d змінних з класів $L_{\beta,p}^{\psi}$ всіма можливими зсувами їх аргументу, а також ентропійних чисел класів $B_{p,\theta}^{\Omega}$ періодичних функцій однієї та багатьох змінних. Зокрема, у теоремах 3.8 та 3.9 одержано точні за порядком оцінки величин ентропійних чисел $\varepsilon_M(B_{p,\theta}^{\Omega}, L_q)$, $1 \leq q < \infty$, при $d \geq 2$ та $d = 1$, відповідно. Окремо розглянуто випадок рівномірної метрики, де, зокрема, встановлено точні порядки величини $\varepsilon_M(B_{p,\theta}^{\Omega}, L_{\infty})$ при $d = 2$ (теорема 3.15).

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів. Дисертація носить теоретичний характер. Результати роботи та методика їх отримання можуть бути використані при подальшому вивченні питань, пов'язаних із наближенням класів періодичних функцій однієї та багатьох змінних.

Ступінь обґрунтованості та достовірності наукових положень і висновків дисертації. Усі результати, що виносяться на захист, є новими,



строго математично обґрунтованими. Доведення теорем повні та коректні. Наявні висновки до розділів, а також загальні висновки до дисертаційної роботи, які відповідають її змісту.

Повнота викладу результатів дисертації в опублікованих працях. Результати дисертаційної роботи К. В. Пожарської доповідалися і обговорювалися на багатьох міжнародних наукових конференціях та семінарах, були опубліковані у шести статтях (без співавторів) у наукових виданнях, внесених до переліку фахових видань з фізико-математичних наук (дві з яких надруковано у виданнях, які внесено до міжнародної наукометричної бази Scopus) і дев'яти тезах доповідей на міжнародних наукових конференціях.

Автореферат дисертації повно і правильно відображає її зміст. У дисертаційній роботі і авторефераті чітко визначено особистий внесок дисертантки. Дисертація відповідає вимогам МОН України щодо кількості публікацій за темою дисертації у фахових виданнях, а також встановленим вимогам щодо обсягу та оформлення дисертаційних робіт.

Стосовно дисертаційної роботи К. В. Пожарської є декілька зауважень:

1. На стор. 12 – 13 у Переліку умовних позначень доречним було б вказати номери сторінок, де визначаються відповідні величини.
2. На стор. 15 у 1 – 3 рядках зверху автор відзначає, що "результати ... знаходять практичні застосування, зокрема в питаннях кодування, передачі та відтворення зображень." Доречним було б зробити посилання на праці, що стосуються таких застосувань, або ж сказати, що "результати ... **можуть знайти** практичні застосування, зокрема в питаннях кодування, передачі та відтворення зображень".
3. На стор. 18 у визначенні мішаного модуля неперервності порядку $l, l \in \mathbb{N}$, описка, замість $\Delta_h^l f$ потрібно $\Delta_h^l f$.



4. На стор. 22 в останньому абзаці слід додати, що нерівність $a(n) \leq C_4 b(n)$ виконується рівномірно по всіх $n \in \mathbb{N}$.
5. На стор. 42 у передостанньому рядку при визначенні функції $\Phi(n)$ пропущено ψ (під знаком добутку має бути $\psi(2^{s_j})$).
6. Основні результати дисертаційної роботи присвячено отриманню порядкових оцінок для величин найкращих ортогональних та M -членних тригонометричних наближень, які визначаються у термінах параметру M , який відповідає за кількість гармонік агрегата наближення. У той же час, нерівності для цих апроксимаційних характеристик формулюються у термінах параметрів M і n (див. нерівності (2.3), (2.18), (2.48), (2.61), (3.2), (3.17) та інш.) Доречнішим було б використання тільки параметра M .
7. На стор. 53, 55, 71, 89, 101 за заданим натуральним числом M здійснюється вибір натурального числа n на підставі певного порядкового співвідношення (наприклад, $M \asymp 2^n n^{d-1}$). Бажано деталізувати алгоритм такого вибору, оскільки для фіксованого значення M визначити відповідне n на підставі порядкового співвідношення неможливо.
8. В тексті помічено окремі орфографічні та стилістичні помилки, зокрема: стор. 23, 8 рядок знизу; стор. 26, 10 рядок знизу; стор. 43, 4 рядок знизу — пропущено пробіл; стор. 28, 3 рядок зверху — потрібно "формулюється"; на стор. 53 у 1 рядку зверху замість "із" має бути "зі"; на стор. 96, 5 рядок знизу пропущено лапки (має бути "*"); на стор. 125, 8 рядок знизу використано невдале скорочення — краще "об-ва".

Висновки. Виходячи з зазначеного вище, вважаю, що дисертаційна робота Пожарської Катерини Віталіївни "Найкращі наближення та ентропійні



числа класів періодичних функцій багатьох змінних" є завершеним науковим дослідженням і задовольняє вимогам пп. 9, 11–13 "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України №567 від 24.07.2013), щодо кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує присудження наукового ступення кандидата фізико–математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент

проректор з науково – педагогічної роботи

ДВНЗ "Донбаський державний

педагогічний університет"

доктор фізико – математичних наук, доцент С. О. Чайченко



Надійшов
визначення
Секретар

Академізowana
Д 26.206.01
Канцелярія
ради

16.01.2019 р.
/ Сатур О. Р. /

ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНИЙ ЗАКЛАД «ДОНБАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ» * ДЕРЖАВНИЙ РЕЄСТРАЦІЙНИЙ КОД 38177113 * УКРАЇНА