

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію  
Райновського Ігоря Андрійовича  
«Асимптотична модальна теорія Наріманова-Моїсєєва усталених  
демпфованих коливань рідини в циліндричному баці»  
подану на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук  
за спеціальністю 01.02.01 – теоретична механіка

Дисертаційна робота І.А. Райновського присвячена дослідженню, використовуючи методи аналітичної механіки, усталених резонансних хвильових рухів рідини у вертикальному циліндричному резервуарі за наявності в'язкого демпфування. Резонансні хвилі виникають завдяки рухам баку за складною орбітальною траекторією. Крайова задача із вільною межею про рух рідини в резервуарі розглядається як механічна система із нескінченною кількістю ступенів вільності, що стає можливим за рахунок введення угагальнених координат, які описують збурення власних форм коливання рідини.

Ключовими елементами роботи є варіаційний модальний метод, що базується на функціоналі дії типа Бейтмена-Люка, загальна модальна система Майлза-Луковського, її асимптотичне наближення у формі Наріманова-Моїсєєва, аналітична оцінка коефіцієнтів демпфування власних форм (декрементів затухання), а також спеціальні аналітичні методи, які застосовуються до модальної системи Наріманова-Моїсєєва з метою побудови її періодичних розв'язків та аналізу їх стійкості. Специфічними моментами, що вирізняють цю дисертаційну роботу від інших, є застосування методів нелінійної механіки, довільні тривимірні збурення баку (як правило, теоретичні дослідження обмежуються поступальними рухами баку) та аналіз впливу демпфування (як правило, нехтується при аналізі усталених резонансних хвиль). Оскільки теоретичні дослідження даної дисертаційної роботи стосуються резервуарів із радіусами  $0.05m \leq R_0 \leq 0.3m$ , що відповідає розмірам біореакторів (в тому числі фармацевтичної промисловості), можна зробити висновок, що тема дисертаційної роботи Райновського І.А. є *актуальною*, як з теоретичною, так і практичної точкою зору.

**Метою** дисертаційної роботи є аналітичні дослідження усталених демпфованих хвильових резонансних рухів рідини у вертикальних кругових баках (біореакторах) та їхньої стійкості за умови складних просторових періодичних збурень баку. Це зумовлює вирішення ряду *задач*, серед яких я б відмітив оцінку коефіцієнтів демпфування (логарифмічних декрементів) стоячих хвиль, обумовлених ламінарним в'язким шаром на змоченій поверхні

баку та внутрішнім тертям (узагальнення формул Хендерсон-Майлза), побудову аналітичних періодичних розв'язків модальних рівнянь типу Наріманова-Моїсеєва, аналіз стійкості цих розв'язків і, як результат, опис усіх можливих усталених резонансних хвиль (стоячих та кругових).

Ступінь обґрунтованості та *достовірності* наукових положень та висновків, сформульованих у дисертації. Представлені в роботі результати свідчать про те, що дослідження були проведені на сучасному науковому рівні. Достовірність отриманих результатів забезпечується коректністю постановок вихідних задач та використанням апробованих методів нелінійної механіки та варіаційного числення. Нарешті, теоретичні результати валідовано порівнянням із відомими експериментальними даними.

Сформульовані висновки повністю відображають отримані результати, які мають *теоретичний* характер. Вони можуть бути корисними (з *практичної* точки зору) в інженерних дослідженнях, пов'язаних із аеруванням вина, у фармацевтичній галузі, біотехнологіях (реактори для культури клітин), тощо.

Перейдемо до аналізу дисертаційної роботи. Вона складається із вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаних джерел із 233 найменувань; вона також містить 18 рисунків. Загальний обсяг дисертації – 161 сторінка друкованого тексту.

У вступі дано обґрунтування актуальності дисертаційного дослідження, визначені мета, об'єкт, предмет, завдання та методи дослідження, вказано основну літературу з тематики дисертації, відзначено наукову новизну отриманих результатів, їхнє теоретичне та практичне значення і коротко викладений зміст основної частини. Основні результати дисертаційної роботи Райновського І.А. викладені у наступних чотирьох розділах.

У другому розділі роботи дано постановку відповідної крайової задачі з вільною межею та викладено деталі модального методу, що, з використанням варіаційного принципу Бейтмена-Люка, робить можливим перехід від вихідної крайової задачі гідромеханіки до задачі теоретичної механіки, а саме до системи нелінійних звичайних диференціальних (модальних) рівнянь типу Майлза-Луковського, в яких невідомими є гідродинамічні узагальнені координати та узагальнені швидкості. Також виведені нелінійні модальні рівняння Майлза-Луковського спеціального вигляду (2.53), (2.54). Ці рівняння описують коливання рідини при резонансних збуреннях вертикального циліндричного баку кругового перерізу із чотирма ступенями вільності  $\eta_i(t) = O(\varepsilon) \ll 1$ ,  $i = 1, 2, 4, 5$  (в роботі не розглядаються вертикальні та обертальні, навколо вертикальної осі, збурення контейнера). У цій модальній системі узагальнені координати і швидкості є великими величинами на

асимптотичній шкалі  $O(\varepsilon)$ , а компоненти порядку  $o(\varepsilon)$  нехтуються. Система Майлза-Луковського спеціального вигляду є базою для побудови наближених нелінійних модальних теорій.

*Третій* розділ присвячено виводу формул типу Хердерсон-Майлза для коефіцієнтів затухання власних форм коливання рідини. Ці формули мають асимптотичний характер в сенсі числа Галілея,  $G_a$ . Теоретичні оцінки для коефіцієнтів демпфування,  $\zeta_{M_i}$ , враховують ефект ламінарного в'язкого шару на змочених стінках рідини і внутрішнє в'язке тертя. Показано, що для радіусів  $0.05m \leq R_0 \leq 0.3m$  поверхневим натягом (на вільній межі між рідиною та газом) можна знехтувати, але важливим є врахування в'язкого демпфування. Такі розміри відповідають контейнерам біореакторів. До нелінійної модальної системи рівнянь типу Наріманова-Моісеєва (3.15) введено додаткові члени, що відображають лінійне демпфування в цій механічній системі. В розділі отримані та проаналізовані усталені резонансні рухи рідини в рамках модальної теорії Наріманова-Моісеєва із демпфуванням. Ця теорія передбачає резонансно збурені найнижчі власні форми (узагальнені координати  $p_{11}$  та  $r_{11}$ ), які дають домінантний вклад порядку  $O(\varepsilon^{1/3})$ , де  $O(\varepsilon)$  – амплітуда зовнішнього збурення. Показано, що для модальних рівнянь типу Наріманова-Моісеєва лише лінійне демпфування двох найнижчих власних форм коливання рідини є важливим. Побудовані періодичні розв'язки модальної системи в термінах інтегральних амплітудних параметрів  $A, B$  та зсуву фаз  $\psi, \varphi$ , проаналізована їх стійкість та описані всі можливі усталені коливання рідини при резонансному збуренні першої власної частоти. З технічної точки зору, цей розділ є, мабуть, найскладнішим в дисертації. Доведена (основна для цієї дисертації) Теорема 3.1, яка, зокрема, стверджує, що аналіз резонансних усталених резонансних хвиль при довільних періодичних рухах баку із чотирима ступенями вільності зводиться, з точністю до членів вищого асимптотичного порядку, до аналізу усталених хвиль при орбітальних (в загальному випадку еліптичних) горизонтальних збуреннях баку.

В четвертому розділі розглядаються горизонтальні поздовжні періодичні коливання баку з частотою, близькою до першої власної частоти коливання рідини. Побудовано аналітичні розв'язки модальних рівнянь, використовуючи, в тому числі, спеціальну “секулярну систему” відносно інтегральних амплітудних параметрів  $A, B$  та зсувів фаз  $\psi, \varphi$  (3.51) для цього розв'язку. Основний результат сформульований у вигляді Теореми 4.1. Проведені чисельні дослідження амплітудно-частотних характеристик, побудовані типові біфуркаційні графіки у просторі  $(\sigma / \sigma_{11}, A, B)$ . Результати співставлені із результатами французьких експериментаторів. Було показано гарне співпадіння теорії та експериментальних даних. Також показано й проілюстровано, що наявність дисипації якісно міняє зсуви фаз  $\psi, \varphi$  між

збуренням (вхідним гармонічним сигналом) та періодичною хвилею. Для недемпфованого випадку зсув фази є кусково-сталою функцією частоти збурення, але будь-яка ненульова дисипація робить її складною функцією частоти. Відповідна фазова крива ( $\psi$  як функція  $\sigma / \sigma_{11}$ ) показана на Рис. 4.4. Порівняння теоретичної фазової кривої та експериментів показує, що коефіцієнт демпфування необхідно збільшувати з амплітудою кругової хвилі для кількісної відповідності теорії з експериментальними вимірами.

В п'ятому розділі розглядається випадок, коли бак збурюється не поздовжньо, як у четвертому розділі, а вздовж кругової (чи еліптичної) орбіти. Вплив такого типу орбітальних збурень на коливання рідини вивчалися Фалтінсеном, Луковським та Тимоховою, але без врахування дисипації в цій гідродинамічній системі. Результати цього теоретичного дослідження були досить парадоксальними. В даній дисертаційній роботі розв'язується протиріччя між результатами відомих експериментів та вищевказаних теоретичних досліджень. Показано, що для таких збурень існують лише кругові хвилі, а наявність ненульового демпфування робить неможливим кругові хвилі проти напрямку еліптичних збурень, починаючи від деякого співвідношення між осями еліпсу збурення. Протиправлені (до руху баку) кругові хвилі відсутні при кругових періодичних його рухах.

**Наукова новизна** отриманих в дисертації результатів полягає у наступному. Побудовані нелінійні модальні рівняння типу Наріманова-Моїсеєва для випадку резонансних коливань рідини у вертикальному циліндричному баці, що пов'язують нескінченну кількість узагальнених гідродинамічних координат і ефективно описують усталені демпфовані рухи рідини за умови довільних періодичних тривимірних рухів баку з частотою, близькою до першої власної частоти коливання рідини. Виведені асимптотичні формули для оцінки коефіцієнтів демпфування. Побудовані асимптотичні аналітичні періодичні розв'язки системи типу Наріманова-Моїсеєва, проаналізована їхня стійкості. Доведено, що побудовані періодичні розв'язки є еквівалентними до розв'язків, які виникають при відповідних орбітальних горизонтальних еліптичних рухах баку. Показано, що, окрім випадку поздовжніх збурень баку, всі усталені хвилі є круговими, які виникають за- чи проти напрямку еліптичного збурення баку. Показано, що, починаючи з деякої величини співвідношень осей еліпсу збурень, наявність дисипації унеможлилює існування кругових хвиль, протилежно направлених до орбітальних поступальних збурень баку. Побудовані типові амплітудно-частотні характеристики; описаний вплив дисипації на зсув фаз.

З усього вищесказаного можна зробити висновок, що дисертаційна робота І.А.Райновського «Асимптотична модальна теорія Наріманова-Моїсеєва усталених демпфованих коливань рідини в циліндричному баці» є завершеною науково-дослідною роботою, в якій отримано нові, важливі результати. Вони є достовірними та строго обґрунтованими.

Результати дисертації опубліковані в 7 статтях в наукових фахових виданнях, серед яких 2 статті опубліковано в закордонних журналах, що індексуються Scopus та Web of Science, 1 стаття – у фаховому українському журналі, який проіндексований Web of Science та ще одна із 7 – це матеріали конференції у вигляді статті, що видана за кордоном і проіндексована Scopus та Web of Science. Отримані результати апробовані на 4 математичних конференціях, а також обговорювались на семінарах Інституту Математики НАН України.

В той же час дисертаційна робота має і ряд **недоліків**, серед яких я б виділив *наступні*.

- 1) Незважаючи на дуже детальний та повний огляд літератури за темою дисертації, який складається із п'яти підрозділів, жоден з цих п'яти підрозділів не присвячено проблемі демпфованих коливань рідини в баках. Бажано було б сконцентрувати огляд відповідних результатів (публікацій) в окремий підрозділ, навіть якщо результати отримані іншими (не аналітичними) методами.
- 2) Частину громіздких формул із розділів 2 та 3 було би бажаним винести у доданки. Тоді б ці формули не відволікали читача від сприйняття та розуміння основних результатів, а також скоротило об'єм дисертаційної роботи, основна частину якої містить зараз біля 140 сторінок.
- 3) Бажано будо би проналізувати точність узагальнених формул Хендерсон-Майлза шляхом порівняння чисельних значень  $\xi_{M_i}$  із відомими експериментальними даними відносно декрементів затухання власних форм коливання рідини.
- 4) Пропущено деталі виводу формул (3.60), які дозволяють чисельно-аналітично дослідити стійкість усталених рухів механічної системи.
- 5) В розділі 5 шляхом чисельних експериментів показано, що тангенс кута від різниці ссуву фаз  $C = \tan \alpha > 0$ . Цей факт є важливим як з чисельної (скорочує в два рази процедуру визначення амплітудно-частотних кривих), так і фізичної точок зору. Я вважаю, що бажано було би провести окремі дослідження системи (5.1) та (5.2) та довести факт  $C = \tan \alpha > 0$  аналітично.

Вищенаведені недоліки мають характер побажань та не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи І.А.Райновського, не знижують її наукового та практичного значення.

Дисертація написана на високому науковому рівні, автореферат правильно і повно висвітлює основні положення дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота І.А.Райновського «Асимптотична модальна теорія Наріманова-Моїсеєва усталених демпфованих коливань рідини в циліндричному баці», є закінченою науково-дослідницькою роботою, яка за актуальністю проблематики, ступенем обґрунтованості та новизною результатів, кількістю та рівнем публікацій та апробації матеріалів дослідження відповідає усім вимогам до кандидатських дисертацій, які містяться в "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету міністрів України № 567 від 24.07.2013 зі змінами, внесеними згідно з постанови КМУ № 656 від 19 серпня 2015 р. та № 1159 від 30 грудня 2015 р.), а її автор, Райновський Ігор Андрійович, заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – «теоретична механіка».

Офіційний опонент –  
доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник,  
старший науковий співробітник  
відділу течій з вільними межами  
Інституту гідромеханіки НАН України

Ю.А. Семенов

20.12. 2018



Надіймов  
до спеціалізованої  
Канцелярія  
Вченої ради  
Співчлен  
26.06.02  
16.01.2019 р.  
/ самур О.Р./