ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Маслюк Ганни Олексіївни
«Одновимірні крайові задачі з параметром у функціональних просторах дробової гладкості»
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Актуальність теми дослідження. Дисертаційна робота Маслюк Ганни Олексіївни присвячена дослідженню розв'язності та неперервної залежності від параметра розв'язків крайових задач для систем диференціальних рівнянь вищих порядків у просторах Гельдера та Слободецького.

Обґрунтування граничного переходу стосовно розв'язків задач Коші та крайових задач для диференціальних рівнянь досліджувалися у роботах І. І. Гіхмана, М. А. Красносельського і С. Г. Крейна, Я. Курцвейля і З. Ворела, А. М. Самойленка та інших. У них встановлено фундаментальні результати про неперервну залежність за параметром розв'язків задач Коші для нелінійних систем.

Лінійні крайові задачі для систем диференціальних рівнянь першого порядку досліджувалися І. Т. Кігурадзе і М. Ашордіа. Узагальнення цих результатів на класи комплекснозначних функцій та системи диференціальних рівнянь вищих порядків пізніше було зроблено у роботах В. А. Михайлеця та його учнів. Пізніше ними було введено і досліджено класи крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь, які розглядаються у просторах Соболєва або у просторах неперервно диференційовних функцій, показниками гладкості функцій для яких є цілі додатні числа. Було доведено фредгольмовість таких задач, знайдено достатні умови їх коректної розв'язності та неперервної залежності за параметром їх розв'язків у вказаних просторах. Пізніше було доведено, що встановлені раніше конструктивні достатні умови є також і необхідними.

Але у задачах теорії диференціальних рівнянь часто використовуються не лише простори цілої гладкості, а й простори, де показником гладкості може бути і дробове число. Найбільш відомими серед них є простори Гельдера та Слободецького.

Так, конструктивні критерії неперервності за параметром розв'язків крайових задач для систем диференціальних рівнянь першого порядку у просторах Гельдера та Слободецького було доведено В. А. Михайлецем, О. О. Мурачем, В. О. Солдатовим та Є. В. Гнип.

У зв'язку з цим виникає задача про дослідження розв'язків крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь вищих порядків у просторах Гельдера і Слободецького, тому тема дисертаційної роботи Г. О. Маслюк є актуальною і важливою.

Зміст дисертації. Дисертація складається з анотацій українською і англійською мовами, вступу, чотирьох розділів основної частини, висновків, списку використаних джерел, що містить 90 найменувань, і додатку зі списком публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.

У *вступі* обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету, об'єкт, предмет, завдання і методи дослідження, зазначено наукову новизну отриманих результатів, їх практичне значення, зв'язок роботи з науковими темами й особистий внесок здобувача, вказано також де було апробовано та опубліковано результати дисертації.

У *першому* розділі обговорено об'єкт і предмет дослідження. Об'єктом дослідження є одновимірні крайові задачі, найбільш загальні щодо просторів Гельдера або просторів Слободецького, а предметом $-$ характер залежності за параметром розв'язків цих задач, у відповідних нормованих просторах.

У *другому* розділі введено і досліджено широкий клас лінійних крайових задач для систем $m \geq 1$ звичайних диференціальних рівнянь порядку $r \geq 2$, розв'язки яких пробігають простір Гельдера $(C^{n+r,\alpha})^m$, де $n \geq 0$ і $0 < \alpha \leq 1$. Доведено, що уведені задачі є фредгольмовими з індексом нуль на парі функціональних просторів $(C^{n+r,\alpha})^m$ і $(C^{n,\alpha})^m \times \mathbb{C}^{rm}$ і встановлено критерій однозначної розв'язності цих задач. Для крайових задач, найбільш загальних щодо простору Гельдера $(C^{n+r,\alpha})^m$ і залежних від малого параметра $\varepsilon \geq 0$, встановлено конструктивний критерій неперервності за параметром розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі $(C^{n+r,\alpha})^m$ та доведено, що похибка і нев'язка цих розв'язків мають однаковий порядок малості при $\varepsilon \to 0+$ у відповідних просторах Гельдера.

У *третьому* розділі введено і досліджено широкий клас лінійних крайових задач для систем $m \geq 1$ звичайних диференціальних рівнянь порядку $r \geq 2$, розв'язки яких пробігають простір Слободецького $(W_p^{s+r})^m$, де $s \in \mathbb{R}_+ \backslash \mathbb{Z}_+$ і $p \in (1, \infty)$. Доведено, що уведені задачі є фредгольмовими з індексом нуль на парі функціональних просторів $(W_p^{s+r})^m$ і $(W_p^{s})^m \times \mathbb{C}^{rm}$ і встановлено критерій однозначної розв'язності цих задач. Для крайових задач, найбільш загальних щодо простору Слободецького $(W_p^{s+r})^m$ і залежних від малого параметра $\varepsilon \geq 0$, встановлено конструктивні достатні умови неперервності за параметром розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі $(W_p^{s+r})^m$.

У *четвертому* розділі введено і досліджено новий широкий клас залежних від параметра $\varepsilon \geq 0$ багатоточкових лінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь порядку $r \geq 2$, розв'язки яких пробігають простір Гельдера $(C^{n+r,\alpha})^m$, де $n \geq 0$ і $0 < \alpha \leq 1$. Встановлено явні достатні умови неперервності за параметром цих розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі $(C^{n+r,\alpha})^m$. Доведено, що розв'язок довільної крайової задачі, найбільш загальної щодо простору $C^{(n+1)}$, можна апроксимувати в $C^{(n+1)}$ розв'язками багатоточкових крайових задач.

Основні наукові результати. Результати дисертації, запропоновані до захисту, є новими і полягають у такому:

- Введено максимально широкий клас лінійних крайових задач для систем $m \geq 1$ звичайних диференціальних рівнянь порядку $r \geq 2$, розв'язки яких
    - пробігають простір Гельдера $(C^{n+r,\alpha})^m$, де $n \geq 0$ і $0 < \alpha \leq 1$.
- Доведено, що уведені задачі є фредгольмовими з індексом нуль на парі функціональних просторів $(C^{n+r,\alpha})^m$ і $(C^{n,\alpha})^m \times \mathbb{C}^{rm}$ і встановлено критерій однозначної розв'язності цих задач.
- Для крайових задач, залежних від малого параметра $\varepsilon \geq 0$, встановлено конструктивний критерій неперервності за параметром розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі Гельдера $(C^{n+r,\alpha})^m$ та доведено, що похибка і нев'язка цих розв'язків мають однаковий порядок малості при $\varepsilon \to 0+$ у відповідних просторах Гельдера.
- Введено максимально широкий клас лінійних крайових задач для систем $m \geq 1$ звичайних диференціальних рівнянь порядку $r \geq 2$, розв'язки яких пробігають простір Слободецького $(W_p^{s+r})^m$, де $s \in \mathbb{R}_+ \setminus \mathbb{Z}_+$ і $p \in (1, \infty)$.
- Доведено, що уведені задачі є фредгольмовими з індексом нуль на парі функціональних просторів $(W_p^{s+r})^m$ і $(W_p^{s})^m \times \mathbb{C}^{rm}$ і встановлено критерій однозначної розв'язності цих задач.
- Для крайових задач, залежних від малого параметра $\varepsilon \geq 0$, встановлено конструктивні достатні умови неперервності за параметром розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі Слободецького $(W_p^{s+r})^m$.
- Введено новий широкий клас залежних від параметра $\varepsilon \geq 0$ багатоточкових лінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь порядку $r \geq 2$, розв'язки яких пробігають простір Гельдера $(C^{n+r,\alpha})^m$, де $n \geq 0$ і $0 < \alpha \leq 1$. Встановлено явні достатні умови неперервності за параметром цих розв'язків при $\varepsilon = 0$ у просторі $(C^{n+r,\alpha})^m$.

- Доведено, що розв'язок довільної крайової задачі у просторі $C^{(n+1)}$, можна апроксимувати в $C^{(n+1)}$ розв'язками багатоточкових крайових задач.

Достовірність результатів дисертації забезпечується узгодженістю з відомими раніше. Основні результати дисертації вдало порівняно з результатами інших авторів із зазначенням отриманої новизни. Використання результатів інших авторів завжди має посилання на відповідне джерело.

Практичне значення одержаних результатів. Дисертаційна робота має теоретичний характер. Її результати та методика їх отримання можуть бути використані у подальшому розвитку теорії одновимірних крайових задач.

Обґрунтування результатів дисертаційної роботи. Усі основні результати дисертації є новими. Їх достовірність ґрунтується на строгих і детальних математичних доведеннях. Результати дисертації опубліковано в 9 наукових працях. Серед них 5 – у провідних наукових виданнях, включених до переліку фахових видань, з яких 3 статті – в журналах, що входять до міжнародних наукометричних баз даних та 4 тези доповідей.

Дисертаційна робота написана грамотною мовою, а оформлення рукопису відповідає діючим вимогам. Автореферат відповідає змісту дисертації та відображає її основні положення.

Зауваження та побажання.

1. У дисертаційній роботі розглядаються фредгольмові крайові задачі з індексом нуль. Але доцільно було б підкреслити, що досліджуються однозначно і всюди розв’язні крайові задачі і у просторі Гельдера (глава 2), і у просторі Слободецького (глава 3).
2. Бажано було б дослідити випадок, коли матриці [BY] (формула 2.11 і аналогічна на с. 77 у третьому розділі) – вироджені, або кількість крайових умов не співпадає з кількістю рівнянь системи. Робота від цього, безумовно, стала би більш цікавою.
3. У роботі відсутні приклади, які ілюструють теорію.
4. У тексті дисертації зустрічаються друкарські помилки та «русизми»: наприклад, на сторінках 21 (не «число крайових умов», а «кількість крайових умов»), 32 (замість y надруковано z) та ін.

Вказані зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Висновки. Дисертаційне дослідження Маслюк Ганни Олексіївни складає враження ґрунтовно підготовленої, ретельно виконаної та завершеної наукової роботи з теорії одновимірних крайових задач. Наукова новизна та теоретичне значення роботи не викликають сумніву і визначаються перш за все колом конкретних завдань, в яких вирішуються основні завдання дослідження властивостей найбільш широких класів крайових задач для систем звичайних лінійних диференціальних рівнянь вищих порядків, залежних від параметру, розв'язки яких пробігають простір Гельдера або простір Слободецького, зокрема багатоточкових крайових задач. Предмет, мета та завдання дослідження логічно пов'язані між собою.

Вважаю, що дисертаційна робота Маслюк Ганни Олексіївни «Одновимірні крайові задачі з параметром у функціональних просторах дробової гладкості» за актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає сучасному рівню розвитку математики та задовольняє всі вимоги до кандидатських дисертацій з математики, зокрема, пп. 9, 11 – 14 чинного «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України за № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами і доповненнями, внесеними постановами Кабінету Міністрів за № 656 від 19 серпня 2015 року, за № 1159 від 30 грудня 2015 року, за № 567 від 27 липня 2016 року, та наказу № 40 МОН України від 12 січня 2017 року, а її автор, Маслюк Ганна Олексіївна, заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук, доцент,
завідувач кафедри вищої та
прикладної математики
Житомирського національного
агроекологічного університету В. П. Журавльов

17.01.2019

ПІДПИС ЗАСВІДЧУЮ
Начальник відділу кадрів
Житомирського національного
агроекологічного університету
17 01 2019 р.

Житомирський національний агроекологічний університет
Міністерство освіти і науки України
і.к.00493681
м. Житомир

Інститут математики Академії наук України
Канцелярія

Надійшов до спеціалізованої вченої ради Д 26.206.02 23.01.2019 р.
Секретар ради /Сатур О.Р./