

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Черевка Євгена Володимировича

«Геометрія спеціальних дифеоморфізмів локально конформно-келерових многовидів»

на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.04 - геометрія та топологія

Представлена до розгляду дисертаційна робота присвячена диференціальній геометрії многовидів з комплексною структурою та стосується проблематики, пов'язаної як з дослідженням геометричних об'єктів на многовидах, пов'язаних природним чином з комплексною структурою, в рамках ріманової геометрії або теорії просторів з афінною зв'язністю, так і з вивченням різноманітних типів перетворень таких многовидів. Цей напрямок досліджень – комплексна диференціальна геометрія – набув бурхливого розвитку у другій половині минулого сторіччя завдячуючи зусиллям багатьох науковців, серед яких можна згадати І. Вайсмана, Л. Ніренберга, С. Сасаки, К. Яно, М. Кон, К. Мацумото, В. Кириченко, С. Драгоміра та багато інших. Наразі ця тематика залишається й досі актуальною та викликає зацікавленість сучасних дослідників, чому свідченням, зокрема, є і дисертація Є. В. Черевка.

Головна увага в представленій дисертаційній роботі приділяється локально конформно келеровим многовидам та їх різноманітним спеціальним скінченим та інфінітезимальним перетворенням. Проблематика, пов'язана з дослідженням перетворень многовидів з використанням методів тензорного аналізу є притаманною для одеської геометричної школи. – можна згадати фундаментальні роботи таких геометрів, як М.С. Синюков, Й. Мікеш, С.Г. Лейко. Ці традиції продовжують підтримуватись і сучасниками – В.А. Кіосаком, дисертація якого захищалась приблизно рік тому, Є.В. Черевком, чия дисертація наразі розглядається, та їх колегами, що, безумовно, заслуговує лише на схвалення.

Безпосередньо, дисертаційна робота Є.В. Черевка складається зі вступу, трьох розділів основної частини та списку використаних першоджерел.

У вступному розділі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету, об'єкт, предмет та методи дослідження.

У першому розділі коротко представлено основні поняття комплексної геометрії, пов'язані з основним об'єктом досліджень – локально конформно келеровими многовидами (ЛКК-многовидами). Вказано, яке місце ЛКК-многовиди займають серед шістнадцяти класів Грея-Хервели, наведено приклади ЛКК-многовидів. Серед результатів цього розділу відзначу Теорему 1.9, в якій вказано необхідну і достатню умову, якій

має відповідати ЛКК-многовид, щоб допускати занурення комплексної гіперповерхні так, щоб поля Лі та анти-Лі були нормальними до зануреної гіперповерхні. Завдячуючи цій теоремі, автор вводить у розгляд оригінальні класи ЛКК-многовидів, що узагальнюють многовиди Вайсмана та названо псевдо-вайсмановими і сильно псевдо-вайсмановими многовидами. Крім того, в Теоремах 1.11-1.13 описано специфічні контактні метричні структури, що виникають на дійсних гіперповерхнях у ЛКК-многовидах, псевдо-вайсманових многовидах та вайсманових многовидах.

Другий розділ за змістом складається з двох частин. У першій частині досліджуються *скінченні конформні* відображення ЛКК-многовидів та загальних ріманових многовидів. Як один з основних результатів, знайдено об'єкти тензорного та нетензорного характеру на ЛКК-многовидах, які є інваріантними відносно вказаних вище відображень. Для загальних ріманових многовидів доведено необхідні та достатні умови існування конформних відображень, що зберігають узагальнений тензор Ейнштейна.

Друга частина другого розділу присвячена *інфінітезимальним перетворенням* ЛКК-многовидів, зокрема – *проективним, конформним та ізометричним*. Доведено, що ЛКК-многовиди не допускають нетривіальних проективних перетворень. Для конформних інфінітезимальних перетворень отримано систему диференціальних рівнянь у частинних похідних, що описує вказані перетворення, та умови її інтегровності. Знайдено необхідні та достатні умови для того, щоб ЛКК-многовид дозволяв нетривіальну групу конформних перетворень та розраховано максимальну кількість параметрів цієї групи. Доведено, що група конформних інфінітезимальних перетворень ЛКК-многовиду є ізоморфною до групи гомотетій відповідної келерової метрики.

Третій розділ присвячений дослідженню *голоморфно-проективних* перетворень ЛКК-многовидів. Показано, що ЛКК-многовид не допускає нетривіальних інфінітезимальних голоморфно-проективних перетворень для зв'язності Леві-Чівіта. Адаптуючи ідеї Й. Мікеша - Г. Худи стосовно скінчених голоморфно-проективних перетворень, в дисертації вводиться в розгляд оригінальне та змістовне поняття інфінітезимальних конформно голоморфно-проективних перетворень. Такі перетворення вже допускаються ЛКК-многовидами, в роботі отримано необхідні та достатні умови для того, щоб ЛКК-многовид допускав нетривіальну групу конформно голоморфно-проективних перетворень, та розраховано максимальну кількість параметрів цієї групи. Крім того, знайдено інваріантні об'єкти (тензорні та не тензорні) на ЛКК-многовидах відносно розглянутих перетворень.

Отримані в дисертаційній роботі результати в рамках диференціальної геометрії комплексних многовидів та підмноговидів є новими, актуальними та змістовними. Достовірність результатів підтверджується досить строгими та коректними доведеннями.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

Результати дисертаційної роботи Є. В. Черевка опубліковані у 11 наукових працях, з них 2 роботи присутні у наукометричній базі SCOPUS, 3 роботи представлені у відомій реферативній базі MathSciNet (MathReview).

Зазначу, що здобувач зробив дві доповіді на засіданні Харківського міського геометричного семінару (керівник – чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н. Борисенко О.А.), де я особисто та мої колеги мали нагоду добре ознайомитись з результатами дисертації.

Результати дисертаційної роботи мають перспективу з точки зору подальших досліджень в рамках комплексної диференціальної геометрії. Зокрема, на мій погляд, доцільно було б приділити увагу наступним питанням.

1) Цікаво було б дослідити, чи вирізняються з точки зору ЛКК-многовидів та чим саме так звані *нахилені підмноговиди* (slant submanifolds), що в деякому сенсі узагальнюють *CR*-підмноговиди.

2) Зважаючи на Теорему 2.19 та 3.6, було б цікаво зрозуміти, хоча б у найпростіших випадках, які можливі значення може приймати величина r , яку можна розглядати як ступінь «рухливості» ЛКК-многовидів відносно конформних перетворень, що зберігають комплексну структуру, та конформно-голоморфно-проективних перетворень. Зокрема, чи є тут місце ефекту лакуарності?

Висловлю деякі зауваження щодо представленої дисертаційної роботи.

1) Бажано було б в кожному розділі, а ще краще – в кожному пункті, навести короткий вступний абзац, щоб можна було уявити, про що буде йти мова, та короткий завершальний абзац з проміжними підсумками. Це б покращило структуру тексту та полегшило його читання.

2) В більшості випадків доведення теорем передують їх формулюванню, що інколи ускладнює розуміння думки автора та вимагає додаткових зусиль при перевірці коректності доведень.

3) При розгляді інфінітезимальних перетворень, наприклад – у формулі (2.86) або у п.2.3.1 при визначенні проективних перетворень, слід було б зазначити, що деякі формули виписані з точністю до ε у відповідній степені.

4) На мій погляд, при переході від Теорема 1.11 до Теорема 1.12 слід було коротко зауважити, чим саме вони відрізняються, і мотивувати застосування умови стосовно четвертого оператора Обати.

5) Деякі математичні символи одночасно використовуються в різних значеннях, наприклад – символом B позначено і структурний тензор, і векторне поле Лі.

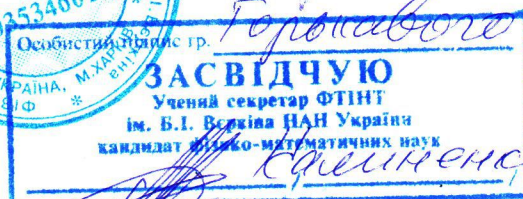
6) В тексті присутня деяка кількість друкарських помилок, що привертає увагу. В окремих місцях не дуже вдалими є форматування тексту. Скажімо, на сторінках 45-47 не дуже вдало розташовані таблиці та підписи до таблиць.

Висловлені вище зауваження не впливають на високу оцінку отриманих в дисертаційній роботі результатів.

Підсумовуючи, можу стверджувати, що дисертація Черевка Євгена Володимировича «Геометрія спеціальних дифеоморфізмів локально конформно-келерових многовидів» є завершеною науковою роботою, яку написано на високому науковому рівні. Вона в повній мірі задовольняє всім вимогам чинного «Порядку присудження наукових ступенів...» МОН України щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор Черевко Євген Володимирович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.04 – геометрія та топологія.

Провідний науковий співробітник
відділу диференціальних рівнянь та геометрії
Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. Веркіна
НАН України,
доктор фізико-математичних наук

В. О. Горькавий



Надійшло до спеціалізованої
Канцелярії
D 28.206.03
Інститут математики Академії наук України
* О. Р. /

28.01.2019р.
/ с.м.т.р. О.Р. /