

В І Д Г У К

*офіційного опонента на дисертаційну роботу
Тоїчкіної Олени Олександрівни
“Напівгрупи ендоморфізмів деяких класів бінарних відношень”,
представленої на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 - алгебра та теорія чисел*

Ендоморфізми різних алгебраїчних систем — одні із основних об’єктів як класичної, так і сучасної алгебри, які дозволяють більш глибоко зрозуміти природу самих алгебраїчних систем, а також їх зв’язки з іншими математичними об’єктами. Особливо, якщо ендоморфізми розглядаються в сукупності. У максимальному прояві це напівгрупи всіх ендоморфізмів.

Напівгрупи ендоморфізмів почали вивчатися пізніше групи автоморфізмів, і це зрозуміло, але тепер теорія напівгруп ендоморфізмів — це самостійний напрямок в математиці, зі своїми задачами і методами.

Теорія напівгруп ендоморфізмів алгебраїчних систем почала розвиватися в 50-х роках минулого століття із двох робіт Є. С. Ляпіна. У статтях 1953 р. і 1955 р. він описав напівгрупу всіх взаємно однозначних часткових перетворень довільної множини та напівгрупу всіх відображень довільної множини в себе; опис проведено з точністю до ізоморфізму за допомогою мінімальних щільно вкладених ідеалів. У 1959 р. Л. М. Глускін узагальнив ці результати на випадок всіх часткових перетворень в термінах транзитивних піднапівгруп і d -ідеалів.

Серед робіт по цій темі слід виділити також статті Е. Г. Шутова про визначальні співвідношення напівгруп перетворень і про напівгрупи перетворень частково впорядкованих множин (1960 р.).

У 1962 р. А. Я. Айзенштат довів, що напівгрупа ендоморфізмів частково впорядкованої множини напівпроста (у сенсі, що кожна конгруенція породжена ідеалом) тоді і лише тоді, коли вона є скінченним ланцюгом, і привів

приклад, коли напівпроста напівгрупа не ізоморфна напівгрупі ендоморфізмів скінченного ланцюга.

Отже, тематика дисертаційної роботи є, без сумніву, актуальною.

Робота виконана за програмою НДР “Напівгрупи та структурні властивості дімоноїдів” (№ держреєстрації 0115U000199), що здійснювалася в Луганському національному університеті імені Тараса Шевченка в 2015 – 2017 роках.

Основні результати дисертації викладено в розділах 2 і 3.

У другому розділі вивчаються властивості відповідностей напівгрупи ендоморфізмів відношення еквівалентності. Доведено, що напівгрупа ендотопізмів довільної еквівалентності ізоморфна підпрямому добутку вінцевих добутків напівгрупи з малою категорією. Аналогічний результат отримано для моноїда сильних ендотопізмів та групи автотопізмів відношення еквівалентності. Показано, що відношення еквівалентності визначається своєю напівгрупою ендотопізмів і описано всі ізоморфізми між напівгрупами ендотопізмів довільних еквівалентностей. Отримано необхідні та достатні умови, за яких вказані відповідності є регулярними та корегулярними. Отримано класифікацію всіх еквівалентностей за їх ендотипами та обчислено всі можливі значення ендотипу строгих часткових еквівалентностей відносно ендоморфізмів. Введено поняття ендоспектра бінарного відношення відносно ендотопізмів та досліджено ендоспектр довільної еквівалентності на скінченній множині.

У третьому розділі вивчаються напівгрупи ендотопізмів ефективних зв'язних і симетричних бінарних відношень. Доведено, що напівгрупа ендотопізмів ефективного зв'язного бінарного відношення характеризує це відношення з точністю до ізотопізму або антиізотопізму. При деяких додаткових умовах показано, що ефективні і зв'язні бінарні відношення є ізоморфними або анти-

ізоморфними тоді і лише тоді, коли вони ізотопні або антиізотопні. Знайдено клас симетричних бінарних відношень, для яких моноїд усіх сильних ендотопізмів ізоморфний вінцевому добутку моноїда перетворень і деякої малої категорії. Цей результат є аналогом теореми Кнауера-Ніпорте про точне зображення моноїда сильних ендоморфізмів неорієнтованих графів без кратних ребер.

Усі викладені в дисертації результати є новими, а їх доведення – правильними, повними і чітко написаними.

Результати дисертації опубліковано в шести статтях та оприлюднені на шістьох міжнародних конференціях.

Результати дисертації можуть бути корисні аспірантам та співробітникам Інституту математики НАН України, Київського, Львівського, Луганського, Харківського та Донецького національних університетів, а також інших навчальних закладів України, дослідження яких пов'язані з теорією алгебраїчних систем.

Таким чином, дисертація Тоїчкіної Олени Олександрівни “Напівгрупи ендоморфізмів деяких класів бінарних відношень” є завершеним науковим дослідженням по вказаній темі. Вона задовольняє всім вимогам “Порядку прилюдження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року, які висуваються до кандидатських дисертацій. Вважаю, що Тоїчкіна Олена Олександрівна заслуговує на прилюдження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент

доктор фіз-мат. наук, професор,

провідний науковий співробітник

Інституту математики НАН України

28 січня 2019 р.

*Надійшов до
секретаря ради*

