ВІДГУК

офіційного опонента
на дисертаційну роботу Кореновської Ярослави Аркадіївни
«Геометричні властивості нескінченновимірних відображень,
що породжені сингулярними стохастичними потоками»,
представлену на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.05. - теорія ймовірностей і математична статистика

Поняття стохастичного потоку, яке є об'єктом дослідження даної дисертаційної роботи, водночас є одним із найпотужніших інструментів опису природних явищ. Іншим складовим джерелом даної роботи є поняття лінійного неперервного оператора на гільбертовому просторі. Проблеми, які розглядаються в роботі, є актуальними задачами сучасного стохастичного аналізу, а їх розв'язання потребує використання не лише методів теорії ймовірностей, але й сучасного функціонального аналізу. Це свідчить про актуальність теми дисертації. Наукову цінність представляють не лише отримані авторкою результати, але й запропоновані нею нові методи дослідження.

Основна частина дисертації містить чотири розділи. Перший розділ присвячено дослідженню образів компактних множин під дією сильного випадкового оператора у гільбертовому просторі. З одного боку, наведено приклади відповідних операторів та компактних множин, образи яких не є коректно визначеними. З іншого боку, доведено (теорема 1.2.2.), що образ довільної компактної множини з умовою Дадлі під дією довільного гаусівського сильного випадкового оператора з ймовірністю 1 коректно визначений і є компактною множиною. Отримано також критерій обмеженості випадкового оператора, породженого розв'язком стохастичного диференціального рівняння.

У другому розділі досліджуються точкові процеси та пов'язані з ними випадкові оператори на гільбертовому просторі. Так, в теоремі 2.1.1 наведено приклад функції, лінійна оболонка зсувів якої вздовж довільного стаціонарного ергодичного точкового процесу зі скінченним середнім значенням точок на скінченному проміжку щільна в просторі $L_2[a,b]$. Теорема 2.2.1 стверджує, що якщо стаціонарний точковий процес має скінченну середню квадратичну кількість елементів на скінченному проміжку, то випадковий оператор, побудований за цим процесом, є сильним випадковим оператором на $L_2(\mathbb{R})$. З іншого боку (теорема 2.2.2), ергодичний стаціонарний випадковий процес з істотно нескінченною кількістю елементів на скінченному проміжку породжує необмежений випадковий оператор на $L_2(\mathbb{R})$. Теорема 2.2.4 дає асимптотику росту норми двосторонніх зрізок випадкового інтегрального оператора, побудованого за точковим процесом Пуасона з інтенсивністю 1 відрізками $[-n, n]$ при $n \to \infty$. Нарешті, в теоремі 2.3.1 підсилюється результат попередньої теореми для випадку точкового процесу, побудованого за потоком Арратья: тут авторка отримує значно сильнішу оцінку асимптотики.

Третій розділ присвячено дослідженню сильного випадкового оператору зсуву за потоком Арратья. На мій погляд, одним з основних здобутків дисертантки як в третьому розділі, так і у дисертації в цілому, є новий метод дослідження, запропонований в теоремі 3.1.1. Це - метод інтегрування складеної функції від потоку Арратья. Теорема 3.2.1 встановлює необмеженість оператору зсуву за потоком Арратья. Одним із застосувань теореми 3.1.1 є теорема 3.2.2, яка дає достатню умову на множину функцій, за якої оператор зсуву за потоком Арратья є обмеженим випадковим оператором на даній множині. Теорема 3.2.3 наводить достатню умову на компактну підмножину $K \subset L_2(\mathbb{R})$ для того, щоб оператор зсуву за потоком Арратья мав неперервну модифікацію на K.

В останньому четвертому розділі наводиться кілька результатів про оцінку зміни поперечників за Колмогоровим компактних множин під дією сильних випадкових операторів. Зокрема, введено і досліджено нове поняття суттєвості функції в заданий момент часу по відношенню до оператора, породженого потоком Арратья. Один з результатів показує, що суттєвість даної функції в один момент часу не гарантує її суттєвість в інший момент.

Робота виконана на високому науковому рівні з використанням сучасної техніки теорії випадкових процесів і теорії операторів. Всі твердження, леми і теореми супроводжуються повними доведеннями. З приємністю відзначаю, що дослідження кожного з питань, що розглядаються в даній роботі, є вельми повними, а позитивні результати, як правило, супроводжуються кваліфікованими коментарями та прикладами, що демонструють істотність умов, накладених на об'єкти дослідження в теоремах.

Результати дисертації є новими, а робота є цілком закінченим науковим твором. Одержані дисертантом результаті можуть бути використаними в монографіях та підручниках з теорії випадкових процесів та стохастичного аналізу, а також бути предметом окремих спецкурсів.

Основні результати дисертації досить повно відображені у публікаціях у фахових журналах України та за кордоном.

Автореферат дисертації достовірно відображає її зміст. Роботу оформлено акуратно, із дотриманням усіх вимог.

Мають місце наступні **зауваження до дисертації**.

1. Немає переліку умовних позначень, що створює певну незручність для читача.

2. С.34, рядок 2. Остання рівність не є очевидною.

3. Здебільшого, при посиланні на монографію авторка не вказує сторінку чи номер теореми у даній монографії. Це створює очевидну незручність. Наприклад, наводиться теорема 1.2.1 з посиланням на [54]; теорема 1.2.3 [1]; с.38 рядок 4 [44] та рядок 11 [43]; с.46 рядок 5 [46]; с.49 рядок 1 [41]; с.61 рядок 4 [17]; с.62 рядок 3 знизу [35]; с.91 рядок 3 знизу [52].

Є виняток: на с.54 в цитуванні [32] авторка вказує с.12.

4. С.38, рядок 7 знизу. Нерівність $2ac < \frac{1}{2}$ не має місця, наприклад, при такому значенні a, що $e^{2ac} = 2$. Але якщо цю нерівність замінити на правильну нерівність $2ac \le \ln 2$, то всі подальші міркування можна залишити без змін і доведення виявиться правильним.

5. Двічі зустрічаються повтори тексту. Так, Приклад 2.1.1 повторно зустрічається на с.71, а формула (4.1.2), яка задає компактну множину $\widetilde{K}$,

повторюється у формулі (4.3.1). До речі, дана формула задає специфічну множину, дослідженню якої присвячено лему 4.1.2 і теорему 4.3.1. Бажано було би в тексті зауважити, чим саме викликаний інтерес саме до даної множини.

6. С.107. В прикладі 4.4.1 замість ненульової аналітичної функції загальніше було б розглянути довільну функцію, нулі якої утворюють множину ізольованих точок. При цьому пояснення суттєвості такої функції залишилося би без змін. До речі, термін «*істотна функція*» більше підходить для українського терміну, ніж «*суттєва функція*».

7. С.113. Означення випадкового інтегрального оператора A_t, який далі досліджується в кількох твердженнях, наведено неявно за допомогою означення ядра даного оператора (4.5.2). Очевидно, читачеві було б зручніше мати означення самого оператора.

Помічені опечатки.

1. С.37, рядок 1. В формулюванні теореми 1.2.2 пропущене слово: гаусівський **сильний** випадковий оператор.

2. С.37, рядки 8 та 11. Замінити «H - значний» на «H-значний».

3. С.39, рядок 3. Замінити «її» на «його».

4. С.57, рядок 11. Замінити «$a > 0$» на «$a \in \mathbb{N}$».

5. С.68, рядок 11. Замінити «(4.5.3)» на «(3.1.4)».

6. С.91, рядки 10 та 2 знизу. Замість «лінійний нормований простір» треба писати «нормований простір».

7. С.92, рядок 9 знизу. Замість «З означення відображення φ випливає, що» треба писати «Згідно з означенням множини K,».

8. С.100, рядок 2 знизу. Замінити «, що» на «такої, що».

Є також **стилістичні зауваження**.

1. С.41, рядок 4. Слово «нам» зайве.

2. С.63. Наступна версія формулювання теореми 2.3.1 виглядала би про-

Надійшов до спеціалізованої вченої ради Д 26.206.02
27.02.2019 р.
Вчений секретар спеціалізованої вченої ради /Пелюх Г.П.

зорішою. *Нехай* Θ_t — *точковий процес на* $\mathbb{R}$, *побудований за потоком Арратья. Тоді для довільного* $\varepsilon > 0$ *майже напевно*

$$\frac{\left\|A_{Q_{-n,n}}\right\|^{*2}}{(\ln n)^{1/4-\varepsilon}} \to +\infty \text{ при } n \to \infty.$$

3. Є також певна кількість мовних зауважень, які, ма мою думку, не варто вказувати у відзиві на дисертацію, проте авторці бажано зайнятися удосконаленням мови у подальшій роботі, якщо вона планує писати математичні тексти українською.

Очевидно, зроблені зауваження не можуть вплинути на позитивну оцінку дисертації.

Вважаю, що дисертаційна робота Ярослави Аркадіївни Кореновської «Геометричні властивості нескінченновимірних відображень, що породжені сингулярними стохастичними потоками» відповідає всім вимогам п.п. 9, 11, 12-14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженою Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами, внесеними, згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року та № 1159 від 30 грудня 2015 року), які висуваються до кандидатських дисертацій, і рекомендується до захисту на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05. – теорія ймовірностей і математична статистика, а її автор заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

20. 02. 2019 р.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри математичного аналізу
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича   Попов М. М.

Підпис Попова М.М. засвідчую
Начальник відділу кадрів Чернівецького
національного університету
імені Юрія Федьковича
"___" ________ 200__ р.