

ВІДГУК

на дисертаційну роботу

Вигівської Людмили Вячеславівни *"Екстремальні задачі для областей, які не перетинаються, з вільними полюсами на колі"* подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота Вигівської Л. В. присвячена розв'язанню декількох екстремальних задач, пов'язаних з відшукуванням максимуму добутку внутрішніх радіусів частково перетинних областей, а також задачі про екстремальне розбиття комплексної площини з вільними полюсами, які утворюють n –променеві системи точок.

В 1934 році М. О. Лаврентьєв поставив і розв'язав задачу про максимум добутку конформних радіусів двох областей, які взаємно не перетинаються. Ця робота поклала початок цілому напрямку в теорії функцій комплексної змінної. В 1951 р. Г. М. Голузін розв'язав таку задачу для трьох областей, а в 1980 році Г. В. Кузьміна знайшла розв'язок для чотирьох областей. В найбільш загальному вигляді ця екстремальна задача була сформульована М. А. Лебедєвим. Оскільки такого типу задачі знайшли своє застосування в теорії однолистих функцій, теорії відображень, теорії наближень, а також в інших областях геометричної теорії функцій комплексної змінної, то над цими задачами в різні часи працювало ряд відомих математиків. Це, зокрема, М. О. Лаврентьєв, Г. М. Голузін, М. А. Лебедєв, П. П. Куфарев, Г. В. Кузьміна, П. М. Тамразов, І. П. Мітюк, Дж. А. Дженкінс, М. Шиффер, П. Дюрєн та ряд інших.

В 1968 році П. М. Тамразов вперше розглянув задачу про п'ять простих полюсів першого порядку, які мають певну "свободу", тобто не є фіксованими. Для "вільних" полюсів другого порядку таку задачу розв'язала Г. П. Бахтіна.

У 1988 році В. М. Дубінін розробив новий метод розв'язання екстремальних задач такого типу і розв'язав задачу про максимум функціонала, пов'язаного з внутрішніми радіусами деяких неперетинних багатозв'язних областей відносно точок розміщених на одиничному колі. Ним же було сформульовано ряд проблем, вирішення яких має важливе значення для комплексного аналізу.

Дисертаційна робота Вигівської Л. В. присвячена розв'язанню саме двох задач, поставлених В. М. Дубініним. Вона складається з вступу і чотирьох розділів.

У **вступі** автором приведено постановку задач, їх актуальність, новизну, історичний огляд результатів тих, хто працював в цій області, основні завдання роботи, особистий внесок здобувача і апробація результатів дисертації.

В **першому розділі** роботи, який складається з п'яти підрозділів, дається історична довідка щодо проблем, які досліджуються, та приводиться відповідна бібліографія. Зокрема, формулюються означення, поняття і допоміжні твердження. Робиться історичний огляд результатів попередників.

Другий розділ дисертаційної роботи присвячений розв'язанню задачі про максимум добутку внутрішніх радіусів частково перетинних областей з вільними полюсами на колі, при умові, що кутові коефіцієнти полюсів задовольняють певним обмеженням.

В першому підрозділі другого розділу приведена постановка задачі, зроблена В. М. Дубініним, а також приведені результати, одержані попередниками при розв'язанні цієї задачі. В другому підрозділі сформульовано основний результат розділу 2 (теорема 2.2.1), де приведено нерівність для добутку внутрішніх радіусів системи областей, які задовольняють умову часткового перетину відносно точок одиничного кола. Встановлено умови на точки a_k і області D_k , $k = \overline{0, n}$, при яких одержана нерівність перетворюється в рівність. Тут же приведено 11 наслідків з теореми 2.2.1, які фактично є результатами, одержаними попередниками.

Третій підрозділ присвячений доведенню теореми 2.2.1. В підрозділі 2.4 встановлена лема 2.4.1 про те, що при умовах теореми 2.2.1 існують екстремалі у проблемі В. М. Дубініна при деяких обмеженнях на кутові коефіцієнти.

В третьому розділі розв'язується екстремальна задача про добуток внутрішніх радіусів взаємно неперетинних областей при певних умовах на кутові коефіцієнти променевої системи точок. В підрозділі 3.1 автор роботи, використовуючи метод "керуючих" функціоналів, запропонований О. К. Бахтіним, послабила вимоги на геометрію розташування систем точок і розглядає узагальнену екстремальну задачу В. М. Дубініна. Тут же приведені огляд результатів, одержаних раніше. В підрозділі 3.2 формулюється основний результат розділу 3, а саме теорема 3.2.1, де приведена нерівність для добутку внутрішніх радіусів довільної системи взаємно неперетинних областей і довільної n -променевої системи точок. Тут же вказано, що знак рівності досягається коли точки a_k і області B_k , $k = \overline{0, n}$ є полюсами і круговими областями деякого квадратичного диференціала. Приведено 7 наслідків з теореми 3.2.1, які є результатами, одержаними раніше. В підрозділі 3.3 приведено повне доведення теореми 3.2.1.

Розділ 4 дисертаційної роботи присвячений розв'язанню задачі про максимум добутку внутрішніх радіусів взаємно неперетинних областей з деякою симетрією відносно одиничного кола. В підрозділі 4.1 приведена постановка екстремальної задачі та приведені результати, які були одержані раніше. В підрозділі 4.2 сформульовано основні результати розділу 4 (теореми 4.2.1, 4.2.2 і 4.2.3), які стосуються добутку внутрішніх радіусів взаємно неперетинних симетричних областей B_k , $k = \overline{1, n}$ відносно точок a_k , $k = \overline{1, n}$ на одиничному колі і внутрішнього радіуса в степені γ області відносно початку координат. Якщо $\gamma \in (0, 1)$, то ця задача повністю розв'язана (теорема 4.2.1), а при $\gamma > 1$ одержано точну оцінку добутків внутрішніх радіусів, починаючи з деякого номера $n_0(\gamma)$ (теорема 4.2.2). Отримано точні оцінки добутку внутрішніх радіусів областей при $\gamma \in$

$(0; 0,38n^2]$ при деяких додаткових обмеженнях на умови задачі (теорема 4.2.3). Приведено ряд наслідків з теорем 4.2.1 – 4.2.3. Підрозділи 4.3 – 4.5 присвячені доведенню, відповідно, теорем 4.2.1 – 4.2.3.

Дисертаційна робота Вигівської Л. В., як випливає із змісту дисертації, є актуальною і завершеною науковою роботою, в якій отримано нові, важливі для комплексного аналізу і його суміжних областей, результати. Ці результати повністю опубліковані в шести фахових роботах, серед яких 4 статті в журналах, що входять у Scopus. Всі основні результати, що виносяться на захист, належать автору дисертації і апробовані на ряді семінарів і математичних конференцій.

Одержані результати мають високий науковий рівень, майстерно викладені автором в роботі, що свідчить про значну математичну культуру і підготовку дисертанта.

В роботі є незначна кількість описок, пропусків, граматичних помилок. Наприклад:

1. Стор. 17, 5-й зверху абзац, точка a_0 і область $D(0)$ не визначені.
2. Стор. 29, у формулі (1.2) пропущено dw^2 .
3. Стор. 48, теорема 1.4.1. Бажано було б вказати кому належить цей результат, чи звідки його взято.
4. Стор. 66. Функція $P(x)$ не визначена.
5. При формулюванні теорем, які не належать автору, бажано після слова "Теорема []" робити посилання.
6. Стор. 95, другий абзац: замість "метода", потрібно написати "методу".

Дисертаційна робота Вигівської Л. В. написана математично грамотно, чітко, з повними доведеннями. Приведена бібліографія є досить повною. Автореферат повністю відповідає змісту дисертації.

Приведені зауваження не є істотними і суттєво не впливають на загальну позитивну оцінку даної дисертаційної роботи.

Вважаю, що робота Вигівської Л. В. "Екстремальні задачі для областей, які не перетинаються, з вільними полюсами на колі", за рівнем наукових досліджень, їх актуальністю, науковою новизною, кількістю публікацій у фахових виданнях і рівнем апробації відповідає вимогам пп.9, 11-13 «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова Кабінету міністрів України №567 від 24.07.2013 р.), щодо кандидатських дисертацій, а її автор Вигівська Людмила Вячеславівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент
доктор фіз.-мат. наук, професор,
професор кафедри математичного аналізу
та теорії ймовірностей
фізико-математичного факультету
КПІ ім. Ігоря Сікорського

П. В. Задерей

Вчений секретар
КПІ ім. Ігоря Сікорського



А. А. Мельниченко

Надійшов до спеціалізованої
вченої ради
секретар



12.03.2019р.

/Самур О.Р./