F-планарні відображення майже симплектичних многовидів

Юлія Хабарова
(ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: yulia-habarova@stud.onu.edu.ua

Ірина Курбатова
(ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: irina.kurbatova27@gmail.com

Андрій Соловйов
(ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: andrey-solovyov@stud.onu.edu.ua

Ми вивчаємо F-планарні відображення (псевдо-)ріманових просторів з афінорною структурою певного типу ([2]).

В рімановому просторі (V_n, g_{ij}) афінор F_j^h визначає симплектичну структуру([3]), якщо поле тензора типу $(0,2)$ $\quad F_{ij} = F_j^\alpha g_{\alpha i}$ задовольняє умовам:

$$F_{ij,k} + F_{jk,i} + F_{ki,j} = 0, \quad F_{ij} + F_{ji} = 0, \quad F_{ij} = F_j^\alpha g_{\alpha i}, \quad |F_i^h| \neq 0,$$

де $\,$ знак коваріантної похідної в просторі S_n.

Мы обираємо структуру більш загального типу, відмовляючись від вимоги невирожденості афінора. Будемо називати її *майже симплектичною*, а (псевдо-)рімановий простір з такою структурою - *майже симплектичним*.

Далі ми досліджуємо F-планарні відображення псевдо-ріманових просторів V_n і $\overline{V}_n$ в припущенні, что афінор F визначає майже симплектичну структуру на V_n і $\overline{V}_n$. Їх основні рівняння мають вигляд

$$\overline{\Gamma}_{ij}^h(x) = \Gamma_{ij}^h(x) + \psi_{(i}(x)\delta_{j)}^h(x) + \varphi_{(i}(x)F_{j)}^h(x),$$

де $\overline{\Gamma}_{ij}^h, \Gamma_{ij}^h$ - компоненти об'єктів зв'язності $\overline{V}_n$ і V_n, ψ_i, φ_i - деякі ковектори. Доведена

Теорема 1. *Майже симплектичний простір (V_n, g_{ij}) допускає нетривіальне F-планарне відображення тоді і тільки тоді, коли в ньому існує неособливий симетричний тензор a_{ij} типу (0,2), який задовольняє диференціальним рівнянням*

$$a_{ij,k} = -\overset{1}{\varphi}_\alpha F_i^\alpha g_{jk} - \overset{1}{\varphi}_\alpha F_j^\alpha g_{ik} - \overset{1}{\varphi}_i F_{jk} - \overset{1}{\varphi}_j F_{ik},$$

$$F_i^\alpha a_{\alpha j} = -F_j^\alpha a_{\alpha i}$$

при деякому векторі $\varphi^1{}_i \neq 0$.

Далі за допомогою a_{ij} ми отримуємо *інваріантне перетворення*([4]) , яке пару майже симплектичних просторів, що знаходяться в нетривіальному F-планарному відображенні, перетворює в нову пару майже симплектичних просторів, що також знаходяться в нетривиальному F-планарному відображенні, але відповідаючому іншому афінору:

$$\Gamma\big(g, \overline{g}, \varphi, F\big): \quad \big(S_n \overset{\varphi, F}{\longmapsto} \overline{S}_n\big) \quad \longmapsto \quad \big(\overset{1}{S}_n \overset{\varphi^1, F^1}{\longmapsto} \overset{1}{\overline{S}}_n\big).$$

Завдяки цьому з'явилася можливість отримання великої кількості прикладів пар майже симплектичних просторів, які знаходяться в F-планарному відображенні.

Література

[1] J.Mikes, A.Vanzurova, I.Hinterleitner. Geodesic Mappings and Some Generalizations//Palacky University, Olomouc, Faculty of Science. Olomouc, 2009.

[2] Микеш Й., Синюков Н.С. О квазипланарных отображениях пространств аффинной связности // Известия ВУЗов, Математика, (1983), №1(248),56-61.

[3] Фоменко А.Т. Дифференцальная геометрия и топология.Дополнительные главы// М.: из-во Моск. ун-та, (1983).

[4] Синюков Н.С. Геодезические отображениях римановых пространств // Москва "Наука (1979).