Геометрія наближення для простору афінної зв'язності

Покась Сергій Михайлович
(Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, Одеса, Україна)
E-mail: pokas@onu.edu.ua

Ніколайчук Анна Олександрівна
(Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, Одеса, Україна)
E-mail: nickolaychuck@stud.onu.edu.ua

Розглянемо простір афінної зв'язності без скруту A_n, віднесений до довільної системи координат $\{x^1, x^2, \dots, x^n\}$, з об'єктом зв'язності $\Gamma^h_{ij}(x)$; $M_0(x^h_0)$ — фіксована точка цього простору. Побудуємо новий простір $\tilde{A}_n$, віднесений до координат $\{y^1, y^2, \dots, y^n\}$, зі своїм об'єктом зв'язності $\tilde{\Gamma}^h_{ij}(y)$, який задається співвідношенням

$$\tilde{\Gamma}^h_{ij}(y) = -\frac{1}{3}\underset{0}{R}{}^h_{\cdot(ij)l}\, y^l, \text{ де } \underset{0}{R}{}^h_{.ijl} = R^h_{.ijl}(M_0). \tag{1}$$

Якщо система координат у вихідному просторі A_n є канонічною з початком у точці M_0, то об'єкт зв'язності $\tilde{\Gamma}^h_{ij}$ реалізує наближення першого порядку для Γ^h_{ij} вихідного простору і тому відображає геометричні властивості A_n з деяким ступенем точності [1, 4].

Вивчаються деякі властивості простору $\tilde{A}_n$. Зокрема, доведено, що система координат $\{y^1, y^2, \dots, y^n\}$ є рімановою з початком у точці M_0.

Надалі розглядаються аналітичні інфінітезимальні рухи в просторі $\tilde{A}_n$

$$y'^h = y^h + \tilde{\xi}^h(y)\,\delta t, \text{ де } \tilde{\xi}^h(y) \text{— вектор зміщення.} \tag{2}$$

Компоненти вектора $\tilde{\xi}^h(y)$ шукаються у вигляді степеневих рядів.

$$\tilde{\xi}^h(y) \equiv a^h + \sum_{k=1}^{\infty} \underset{k}{a}{}^h = a^h + \sum_{k=1}^{\infty} a^h_{l_1 l_2 \dots l_k} y^{l_1} y^{l_2} \dots y^{l_k}, \text{ де } a^h, a^h_{l_1 l_2 \dots l_k} \text{— константи.} \tag{3}$$

При дослідженні основних рівнянь [2, 3]

$$L_{\tilde{\xi}}\tilde{\Gamma}^h_{ij}(y) \equiv \frac{\partial^2 \tilde{\xi}^h}{\partial y^i \partial y^j} + \tilde{\xi}^\alpha \frac{\partial \tilde{\Gamma}^h_{ij}}{\partial y^\alpha} + \frac{\partial \tilde{\xi}^\alpha}{\partial y^i}\tilde{\Gamma}^h_{\alpha j} + \frac{\partial \tilde{\xi}^\alpha}{\partial y^j}\tilde{\Gamma}^h_{\alpha i} - \frac{\partial \tilde{\xi}^h}{\partial y^\alpha}\tilde{\Gamma}^\alpha_{ij} = 0 \tag{4}$$

у явному вигляді знайдено вектор $\tilde{\xi}^h(y)$:

$$\tilde{\xi}^h(y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k!(2k-1)} a^\alpha t^{(k)h}_\alpha, \text{ де} \tag{5}$$

$$t^i_j = \frac{1}{3}\underset{0}{R}{}^i_{.l_1 l_2 j} y^{l_1} y^{l_2}, \quad t^{(p)i}_j = t^{(p-1)i}_\alpha t^\alpha_j \quad (p = 2, 3, \dots). \tag{6}$$

Доведена абсолютна та рівномірна збіжність цих рядів у деякій області. Вивчається питання про порядок групи Лі розглянутих рухів.

Література

[1] А. П. Норден. Пространства аффинной связности. *М.: Наука*, 1976. – с. 431
[2] И. П. Егоров. Геометрия: Спец. курс для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. *М.: Просвещение*, 1979. – с. 256
[3] Движения в пространствах аффинной связности. *ИКУ*, 1965. – 206 с.
[4] А. З. Петров. Новые методы в общей теории относительности. *М.: Наука*, 1966. – с. 496