Дослідження властивостей неперервних обмежених розв'язків систем нелінійних різницево-функціональних рівнянь у гіперболічному випадку

Т. О. Єрьоміна
(Національний технічний кніверситет України «Київський політехнічний інститут
ім. І. Сікорського», Київ, Україна)
E-mail: ierominat@ukr.net

О. А. Поварова
(Національний технічний кніверситет України «Київський політехнічний інститут
ім. І. Сікорського», Київ, Україна)
E-mail: olena_sivak@ukr.net

Розглядається система нелінійних різницево-функціональних рівнянь вигляду

$$x\left(qt\right) = \Lambda x\left(t\right) + f\left(t, x\left(t+1\right)\right), \tag{1}$$

у випадку, коли виконуються наступні умови:

(1) Λ - дійсна $(n \times n)$-матриця вигляду $\Lambda = diag\left(\Lambda_1, \Lambda_2\right)$, де Λ_1, Λ_2 - дійсні $(p \times p)$ та $(r \times r)$-матриці $(p + r = n)$, $\det \Lambda \neq 0$. $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$,
$f\left(t, x\left(t+1\right)\right) = \left(f^1\left(t, x^1\left(t+1\right), x^2\left(t+1\right)\right), f^2\left(t, x^1\left(t+1\right), x^2\left(t+1\right)\right)\right)$, q - деяка дійсна додатна стала.

(2)
$$\begin{aligned} \left|f^1\left(t, \bar{x}^1, \bar{x}^2\right) - f^1\left(t, \bar{\bar{x}}^1, \bar{\bar{x}}^2\right)\right| &\le l_1\left(\left|\bar{x}^1 - \bar{\bar{x}}^1\right| + \left|\bar{x}^2 - \bar{\bar{x}}^2\right|\right), \\ \left|f^2\left(t, \bar{x}^1, \bar{x}^2\right) - f^2\left(t, \bar{\bar{x}}^1, \bar{\bar{x}}^2\right)\right| &\le l_2\left(\left|\bar{x}^1 - \bar{\bar{x}}^1\right| + \left|\bar{x}^2 - \bar{\bar{x}}^2\right|\right), \end{aligned}$$

де l_1, l_2 - деякі додатні сталі, що залежать від $l (l_1 = l_1\left(l\right), l_2 = l_2\left(l\right), l_1 \to 0, l_2 \to 0$ при $l \to 0)$. Тоді система рівнянь (1) запишеться у вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l} x^1\left(qt\right) = \Lambda_1 x^1\left(t\right) + f^1\left(t, x^1\left(t+1\right), x^2\left(t+1\right)\right), \\ x^2\left(qt\right) = \Lambda_2 x^2\left(t\right) + f^2\left(t, x^1\left(t+1\right), x^2\left(t+1\right)\right), \end{array} \right. \tag{2}$$

де $x^1 = \left(x_1, ..., x_p\right), \; x^2 = \left(x_{p+1}, ..., x_{p+r}\right), \; f^1 = \left(f_1, ..., f_p\right), \; f^2 = \left(f_{p+1}, ..., f_{p+r}\right).$

Богдан Фещенко, [09.05.2022 15:04] Виконавши в (2) взаємно-однозначну заміну змінних

$$\begin{aligned} x_1\left(t\right) &= y_1\left(t\right) + \tilde{\gamma}_1\left(t\right), \\ x_2\left(t\right) &= y_2\left(t\right) + \tilde{\gamma}_2\left(t\right), \end{aligned}$$

де $\gamma\left(t\right) = \left(\tilde{\gamma}_1\left(t\right), \tilde{\gamma}_2\left(t\right)\right)$ - неперервний обмежений розв'язок системи (2), отримаємо систему рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} y^1\left(qt\right) = \Lambda_1 y^1\left(t\right) + F^1\left(t, y^1\left(t+1\right), y^2\left(t+1\right)\right), \\ y^2\left(qt\right) = \Lambda_2 y^2\left(t\right) + F^2\left(t, y^1\left(t+1\right), y^2\left(t+1\right)\right). \end{array} \right. \tag{3}$$

Вектор-функції $F^1\left(t, y^1, y^2\right), F^2\left(t, y^1, y^2\right)$ задовольняють умові 2. і $F^1\left(t, 0, 0\right) \equiv 0, F^2\left(t, 0, 0\right) \equiv 0$. Для системи (3) доведена наступна теорема.

`Теорема.` *Нехай виконуються умови 1-2 і умови:*

3. $0 < \lambda_i < 1 < \lambda_j, i = 1, 2, \ldots p, j = p+1, 2, \ldots n, 0 \le p \le n, q > 1;$

4. $\theta = \max\left\{\frac{2l_1}{1-\lambda^*}, \frac{2l_2}{\lambda_*-1}\right\} < 1,$ *де* $1 > \lambda^* > \max\left\{\lambda_i, i = 1, \ldots, p\right\}$, $1 < \lambda_* < \min\left\{\lambda_i, i = p+1, \ldots, n\right\}$.

Тоді система рівнянь (3) має сім'ю неперервних обмежених при $t \ge T > 0$ *(T - деяка достатньо велика додатна стала) розв'язків у вигляді рядів*

$$y^1(t) = \sum_{i=0}^{\infty} y_i^1(t), y^2(t) = \sum_{i=0}^{\infty} y_i^2(t),$$

де $y_i^1(t)$, $y_i^2(t)$, $i = 0, 1, ...$ - *деякі неперервні обмежені при* $t \geq T > 0$ *вектор-функції.*

Література

[1] Пелюх Г.П. К теории систем линейных разностных уравнений с непрерывным аргументом // Докл. АН. – 2006. – 407, №5 – С. 600 – 603.

[2] Єрьоміна Т.О. Про побудову неперервних розв'язків систем нелінійних різницево-функціональних рівнянь. // Вісник Київського національного університету імені Т. Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2015. – №2. – С. 71-74.