

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Дворак Інни Ярославівни «*Метод симетризації в задачах про екстремальне розбиття комплексної площини*» подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, 111 – математика

Дисертаційна робота Дворак І.Я. присвячена розв'язанню екстремальних задач, пов'язаних з відшукуванням максимуму добутку внутрішніх радіусів для неперетинних та частково перетинних областей.

М.О. Лаврентьєв у 1934 році поставив та розв'язав задачу про максимум добутку конформних радіусів двох взаємно неперетинних областей. Г.М. Голузін у 1951 році узагальнив постановку задачі М.О. Лаврентьєва на  $n$  однозв'язних областей та розв'язав її для  $n=3$ . Задачі такого типу знайшли застосування в теорії однолистных функцій, теорії відображень, теорії наближень та в інших областях математики. Тому роботи М.О. Лаврентьєва та Г.М. Голузїна поклали початок цілому напрямку в теорії функцій комплексної змінної і над цими задачами в різні часи працювало ряд таких відомих математиків як М.А. Лебєдєв, П.П. Куфарєв, Г.В. Кузьміна, П.М. Тамразов, І.П. Мітюк, Дж.А. Дженкінс, М. Шиффер, П. Дюрєн, А.К. Бахтін та ін.

В 1968 році П.М. Тамразов розглянув задачу про п'ять простих полюсів першого порядку, які не є фіксованими, а мають певну «свободу». Для «вільних» полюсів, але вже другого порядку, цю задачу розв'язала його учениця Г.П. Бахтіна. Робота П.М. Тамразова дала новий поштовх у розвитку цього напрямку в геометричній теорії функцій комплексної змінної, який прийнято називати задачами про екстремальне розбиття комплексної площини з вільними полюсами.

На початку 70-х років було розроблено ряд методів досліджень задач про оцінки добутків конформних радіусів неперетинних областей. До цих методів досліджень належать методи контурного інтегрування, варіаційні методи, параметричний метод та ін. Всі ці методи породжували великі труднощі при

дослідженні розглядуваних задач. В 1978 р. В.М. Дубінін розробляє новий метод для цих задач, який називають симетризаційним методом розділяючого перетворення. Цей метод значно розширив можливості дослідження задач такого типу.

Дисертаційна робота Дворак І.Я. присвячена дослідженню трьох відомих відкритих проблем про екстремальне розбиття комплексної площини з вільними полюсами. При їх розв'язанні використано симетризаційний метод розділяючого перетворення, який вдосконалюється і адаптується в кожному конкретному випадку.

Дисертація складається з анотації, змісту, вступу, 4 розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 79 найменувань. Повний обсяг дисертації становить 147 сторінок.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету досліджень, коротко викладено зміст основної частини роботи та показано наукову новизну одержаних результатів.

У Розділі 1 зроблено історичний огляд результатів попередників відповідно до кожної задачі, приведено основні означення і теореми, необхідні для формулювання і доведення основних результатів дисертації. Дано короткий опис основного методу дослідження, який використовується в роботі (симетризаційного методу розділяючого перетворення).

Виклад основних результатів дисертаційного дослідження починається з Розділу 2. У цьому розділі розглядається задача про знаходження максимуму добутку внутрішніх радіусів взаємно неперетинних областей відносно точок одиничного кола на деяку додатню степінь  $\gamma$  внутрішнього радіуса деякої області відносно початку координат. Основні результати розділу одержано в теоремах 2.2.1-2.2.3), тут приведено, також, ряд наслідків з цих теорем.

У Розділі 3 розв'язано задачу про знаходження максимуму добутку внутрішніх радіусів взаємно неперетинних областей відносно так званих  $p$ -променевих систем точок на деяку додатню степінь  $\gamma$  внутрішніх радіусів деяких областей відносно початку координат та нескінченно віддаленої точки. Основні

результати розділу встановлено в теоремах 3.2.1 і 3.2.2. Сформульовано ряд наслідків з цих теорем.

У Розділі 4 розглядається задача про максимум добутку внутрішніх радіусів взаємно неперетинних областей з додатковою умовою симетрії, яка визначається певною областю, якій належить початок координат на деяку додатню степінь  $\gamma$  внутрішнього радіусу цієї області. Основні результати цього розділу одержано в теоремах 4.2.1 і 4.2.2 та приведено ряд наслідків з цих теорем.

У дисертації отримано такі основні результати:

1. Для випадку  $\gamma \in (1; n^{0.45}]$ ,  $n \geq 12$  розв'язано задачу про знаходження максимуму добутку внутрішніх радіусів взаємно неперетинних областей відносно точок одиничного кола на деяку додатню степінь  $\gamma$  внутрішнього радіусу деякої області відносно початку координат (теорема 2.2.1). Ця задача для  $n \geq 126$  вирішена для  $\gamma \in (1; n^{0.5}]$  (теорема 2.2.2). При  $n=4$  вище зазначена задача розв'язана для  $\gamma \in (1; 2,09]$  (теорема 2.2.3).

2. Для кожного  $n \geq 2$  вказано інтервал  $\gamma \in (0; \gamma_n^0)$  такий, що для будь-якого  $\gamma$  з цього інтервалу розв'язано задачу про знаходження максимуму добутку внутрішніх радіусів частково перетинних областей відносно  $n$ -променевих систем точок на деяку додатню степінь  $\gamma$  внутрішніх радіусів частково перетинних областей відносно початку координат та нескінченно віддаленої точки,  $\gamma_n^0$  – деяка величина, яка визначається однозначно, але задана в неявному вигляді (теореми 3.2.1, 3.2.2).

3. Отримано розв'язок задачі про максимум добутку внутрішніх радіусів взаємно неперетинних областей з додатковою умовою симетрії, яка визначається певною областю, якій належить початок координат, на деяку додатню степінь  $\gamma$  внутрішнього радіусу цієї області для  $\gamma \in (0; \frac{3}{2}]$  при  $n \geq 9$  (теореми 4.2.1, 4.2.2).

Дисертація Дворак І. Я. є актуальною і завершеною науковою працею, в якій отримано нові результати у теорії екстремальних задач з вільними полюсами. Робота написана математично грамотно, чітко, з повними доведеннями. Всі основні результати, що виносяться на захист, належать авторові дисертації і опубліковані у 12 роботах, серед яких 9 фахових, зокрема 3

статті у журналах, що індексуються міжнародною наукометричною базою Scopus, апробовані на ряді конференцій та семінарів. Приведена в роботі бібліографія є досить повною. Автореферат дисертації повністю відображає зміст дисертації.

Дисертація Дворак І. Я. носить теоретичний характер. Одержані результати можуть бути використані при вивченні питань комплексного аналізу, голоморфної динаміки, теорії апроксимації.

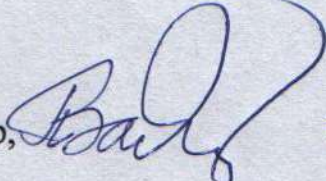
До дисертації є зауваження:

1. На с. 36, 9 рядок знизу замість виразу  $\frac{2\Phi}{3}$  треба написати  $\frac{2\pi}{3}$ ;
2. На с.36, 2 абзац знизу замість «термігах» треба написати «термінах»;
3. На с.36, 1 абзац знизу замість «ступвнь» треба написати «ступінь»;
4. На с. 41 та с.42 замість  $exp^{\gamma}$  треба писати  $\exp \gamma$ ;
5. На с. 51 в т. 2.1.1 та на с. 54, 1 абзац зверху треба було пояснити, що вираз  $[x]$  означає цілу частину дійсного числа  $x$ ;
6. На с. 71, с. 127 при доведенні теорем суттєво використовується формула для розкладу  $\ln \frac{1-x}{1+x}$  в ряд, тому було б доцільно надати коротке доведення розкладу, або посилання на джерело;
7. На с. 73, 4 рядок знизу, словосполучення «рокуддя» треба писати окремо;
8. На с. 85 у доведенні Теорема 2.2.3 треба було відзначити, що всі обчислення виконуються для  $n = 4$ ,  $\gamma = 2.09$ ;
9. На с. 107, с.118 та деяких інших треба було б дотримуватися більш стандартного позначення досліджуваних функціоналів;
10. На с. 111 в першому рядку зверху треба було зазначити «U – відкритий одиничний круг»;
11. У списку використаних джерел на с. 141 у п. 17 та п. 20, на с. 143, п.36 допущено неточності при оформленні літератури;
12. На с. 144 пропущено джерело під номером 38.

Усі наведені недоліки не впливають на загальну високу оцінку результатів дисертації, отриманих автором.

Вважаю, що дисертаційна робота Дворак Інни Ярославівни «Метод симетризації в задачах про екстремальне розбиття комплексної площини», за рівнем наукових досліджень, їх науковою новизною, актуальністю, кількістю публікацій у наукових фахових виданнях і рівнем апробації відповідає вимогам пп.9, 11-13 «Порядку присудження наукових ступенів» (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013), щодо кандидатських дисертацій, а її автор Дворак Інна Ярославівна заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,  П. В. Задерей  
професор кафедри математичного аналізу  
та теорії ймовірностей  
фізико-математичного факультету  
Національного технічного університету України  
«Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського», м. Київ

Вчений секретар

Національного технічного університету України  
«Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського»  А. А. Мельниченко

