Питання до екзамену з курсу «Диференціальні форми»

1) Білінійні симетричні та кососиметричні функції на векторних просторах. Їх властивості, поведінка під дією лінійних відображень.
2) Білінійні симетричні та кососиметричні функції на скінченно-вимірних векторних просторах.
3) Визначник матриці. Основні властивості. Теореми про розклад визначника за мінорами.
4) Доведення теореми про визначних добутку матриць за допомогою кососиметричних форм.
5) Канонічні форми симетричних та кососиметричних форм. Лема Дарбу (з доведенням).
6) Зовнішнє множення кососиметричних форм. Його поведінка під дією лінійних відображень.
7) Диференціальні форми в $\mathbb{R}^n$. Їх основні властивості та поведінка під дією гладких відображень.
8) Зовнішнє множення диференціальних форм в $\mathbb{R}^n$. Основні властивості та поведінка під дією гладких відображень.
9) Диференціал диференціальної форми. Основні властивості та поведінка під дією гладких відображень.
10) Кратна сума Уітні дотичного розшарування до многовиду.
11) Диференціальні форми на многовидах. Їх основні властивості та поведінка під дією гладких відображень.
12) Диференціальні форми з компактними носіями. Їх основні властивості та поведінка під дією гладких відображень.
13) Носій неперервної функції та диференціальної форми на многовиді. Існування гладких функцій з як завгодно малими компактними носіями.
14) Розбиття одиниці підпорядковані покриттям. Теореми існування. Приклади застосування.
15) Комплекс де Рама. Когомології де Рама. Замкнені та точні диференціальні форми.
16) Градієнт, ротор та дивергенція в термінах диференціальних форм.
17) Обчислення когомологій де Рама числової прямої - звичайних та з компактними носіями.
18) Орієнтовні многовиди. Означення. Властивості. Характеризація зв'язних орієнтовних многовидів в термінах диференціальних форм.
19) Многовиди з межею. Означення. Властивості. Індукована орієнтація межі орієнтованого многовиду.
20) Інтеграл від диференціальної форми по орієнтовному многовиду. Доведення коректності його означення через розбиття одиниці.
21) Теорема Стокса. Її доведення в простих частинних випадках: для відрізка $[a;b]$, інтервала $[a;+\infty)$, $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^n_+ = \{(x_1,\ldots,x_n) \mid x_n \geq 0\}$.
22) Леми Пуанкаре для звичайних диференціальних форм та форм з компактними носіями. Доведення цих лем в простих частинних випадках: для $\mathbb{R}$ та $\mathbb{R}^2$.
23) Когомології де Рама евклідових просторів (звичайні та з компактними носіями).
24) Характеризація голоморфних функцій в термінах диференціальних форм. Застосування до обчислення інтегралів від голоморних функцій по кривих.
25) Доведення формули Коші для аналітичних фунцій за допомогою диференціальних форм.

Література.

[1] L. W. Tu and R. Bott, *Differential Forms in Algebraic Topology*, 1982
[2] R. Sjamaar, *Manifolds and Differential Forms*, https://pi.math.cornell.edu/ sjamaar/manifolds/manifold.pdf
[3] D. Bachman, *A geometric approach to differential forms*, 2006