

(X, τ)

T_0 $\forall x \neq y \in X$ кожна точка z има две окр. које не садрже другу

T_1 $\forall x \neq y \in X$ кожна има окр. $U_x \ni y$ и $U_y \not\ni x$

T_2 $\forall x \neq y \in X \exists U_x, U_y, U_x \cap U_y = \emptyset$ $\odot \odot$

T_3 $\forall x \in X$ и замкнутост $A \subset X$ $\exists$ окр. U_x и $U_A : U_x \cap U_A = \emptyset$ $\odot \boxed{\otimes}$

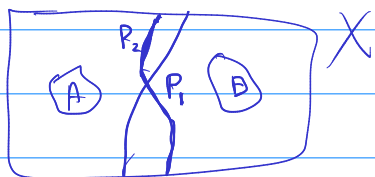
T_4 $\forall$ замкн. множ. $A, B \subset X, A \cap B = \emptyset \exists U_A, U_B : U_A \cap U_B = \emptyset$. $\boxed{\otimes} \otimes$

U, V - отворени и не пресекају се $P = X \setminus (U \cup V)$ - замкн.

Ограда

Несан $A, B \subset X$ неогранич. Замкн. мн $P \subset X$ назива се перегородка (wall) мн A, B ако

$X \setminus P = U \cup V$ - отворене области због отвор. множ. U, V
 $A \subset U$ и $B \subset V$



Еквив. одређење (X, τ)

$T_2 : \forall x \neq y \exists$ перегородке мн x и y

$T_3 \forall x \notin A \subset X$ - замкн $\exists$ окр. мн x и A

$T_4 \forall A, B \subset X$ - замкн $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \exists$ перегородке мн A, B .

$$\dim R^n \geq \dim R^n \\ \Rightarrow \dim R^n = n$$

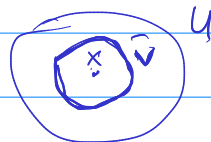
Характеризација T_3 .

Лема Несан (X, τ) - тада важе T_3 једи ако

① $(X, \tau) - T_3$

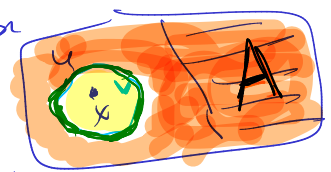
② $\forall x \in X$ и замкн $A \subset X$ - замкн $\exists$ окр. мн x и A

③ $\forall x \in X \forall$ окр. U_x $\exists$ окр. V_x : $x \in V \subset \overline{V} \subset U$



③ $\Rightarrow$ ②, ① $x \in X, A$ - замкн множ. $x \notin A$. Погрешно гласи
окр. $U_x : U_A, U_x \cap U_A = \emptyset$

Лема. $U \supseteq X \setminus A$, тогд $\exists V$ -откр-а
 $x \in V \subset \overline{V} \subset U$



$\Rightarrow ①$: $U_x := V = \text{откр } V$ $U_A := X \setminus \overline{V} = \text{откр } V$: $U_x \cap U_A = \emptyset$

$\Rightarrow ②$: $\text{Fr } V \in \text{граница}$ мн $x \in A$

② $\Rightarrow$ ③ Лема $x \in X$ U -откр x . Тогда $\exists$ V -откр-а
 $x \in V \subset \overline{V} \subset U$

Лема $A = X \setminus U$ - замкн
 $x \notin A$ тогд $\exists$ непересекающ P мн $x \in A$, тогд $X \setminus P = V \cup W$.



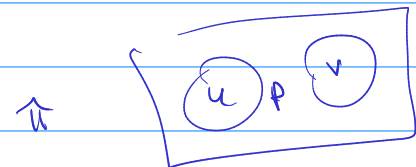
$V \cap W = \emptyset$ $x \in V$ $A \subset W$

Получим, что $x \in V \subset \overline{V} \subset U$
 $\overline{V} \subset V \cup P = X \setminus W \subset X \setminus A = U$
 $A \subset W$

$$\overline{V} \subset V \cup P$$

Лема. Лема $U, V \subset X$ - открыт, $U \cap V = \emptyset$, $P = X \setminus (U \cup V)$
 Тогда $\overline{U} \subset U \cup P$ и $\overline{V} \subset V \cup P$

$\Downarrow$
 $U \cup P = X \setminus V$ - замкн
 $\overline{U} \subset \overline{U \cup P} = U \cup P$



Мног-во точек $x \in X$ в τ -а. $\text{ind}_x X$

$$\text{ind}_x \emptyset = -1$$

$\text{ind}_x X = 0$ $\forall U_x \exists$ отк V_x : $x \in V_x \subset U_x$ и
 $\text{ind}_y \text{Fr}(V_x) \leq 0 - 1 = -1$ тогд $\text{Fr } V_x = \emptyset$

$\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$
 $\{n\}$ - бегущая точка $\text{Fr } \{n\} = \{n\} \setminus \{n\} = \emptyset$



$q \in \mathbb{Q}$

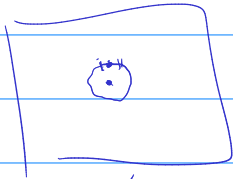
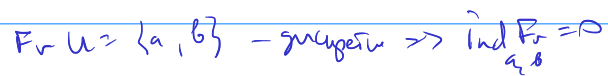
$$V = (q - \delta, q + \delta) \cap \mathbb{Q} \quad \text{Fr } V \text{ (b. } \mathbb{Q}) =$$

$$V_2 \text{ ist } V$$

$$Q = \text{Int}_Q U \cup \text{Ext}_Q U$$

$$V_2 Q \setminus \text{Ent}_Q V - \text{funkt}$$

- $\nexists$ over $U_{T,x}$ a bigraph-representable set $V : x \in VCU$.

$$\text{Ind}_x X \leq 1 \quad \forall U \text{ open } T_x \quad \exists \text{ open } V: \quad x \in V \subset U \cap \text{Ind}_y \text{Pr}(V) \leq 0$$


$$\text{ind } \mathcal{O} \geq -1$$

$$\text{ind}_x X \geq k, \text{ ergo } \text{Ind}_x X \leq k \quad \text{car } \text{Ind}_x X \text{ 'he'} \leq k$$

$$\text{ind } X \geq \sup_{X \leftarrow X} \text{ind}_X X$$

$$\text{Ind } \phi = -1$$

Ind $X \subseteq K$ also $\forall j$ such that $x_j = 0$.

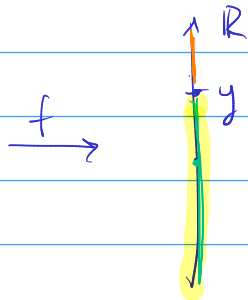
A, B mit einem Satz

heute prüfen P $\text{Ind } P \leq k-1$

$\emptyset$



Несан X - топ. прор $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ f -непрерывна



$$f^{-1}(y) = \{x \mid f(x) = y\}$$

Заданная точка

$$U = f^{-1}(-\infty; y) \quad V = f^{-1}(y; +\infty)$$

U, V - открыты $U \cap V = \emptyset$

$$A \cap B \subset X \quad A \cap B - \text{замкнут}$$

$$f(A) \subset (-\infty; y) \quad f(B) \subset (y; +\infty)$$

$f^{-1}(y) \leftarrow$ непустое множество $A \cap B$

$$x \in U \cap V \Rightarrow f(x) < y < f(x)$$

$\in U$

Теорема Несан (X, τ) - топ. прор τ - топ. прор τ

① $(X, \tau) - T_4$



$\Downarrow$ Нена упрощена

② $\forall A, B - \text{замкнуты } A \cap B = \emptyset \Rightarrow \exists \text{ непрерыв. ф-я } f: X \rightarrow [0, 1]:$

$$f(A) = 0 \quad f(B) = 1 \quad (A, B - \text{открытые множества})$$

$\Downarrow$ Теорема Никсе

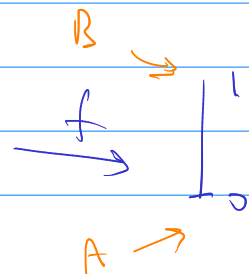
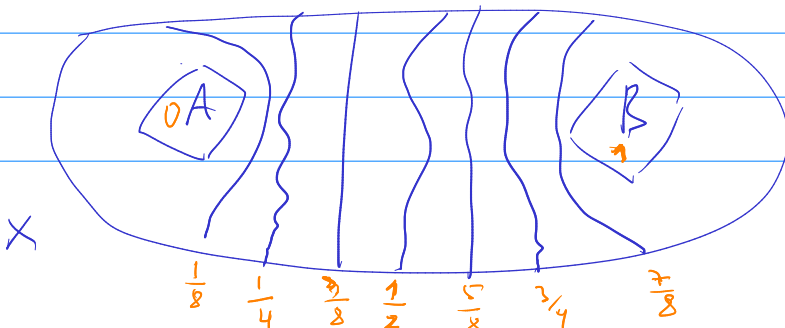
③ $\forall C \subset X - \text{замкнут } \forall \text{ непрерыв. ф-я } f: C \rightarrow [0, 1] \text{ продолжиться до}$
непр. ф-и $f: X \rightarrow [0, 1]$.

$\downarrow$

② $\Rightarrow$ ① $A, B - \text{замкнуты } A \cap B = \emptyset \Rightarrow \exists f: X \rightarrow [0, 1] \quad f(A) = 0 \quad f(B) = 1$ то
 $f^{-1}(\frac{1}{2}) - \text{непустое множество}$

③ $\Rightarrow$ ② $A, B - \text{замкнуты } A \cap B = \emptyset$ Несан $C = A \cup B \subset X$ $f: C \rightarrow [0, 1] \quad f|_A = 0 \quad f|_B = 1$
 $\Rightarrow f$ продолжиться до непрерыв. ф-и $f: X \rightarrow [0, 1]$

① $\Rightarrow$ ② T_4



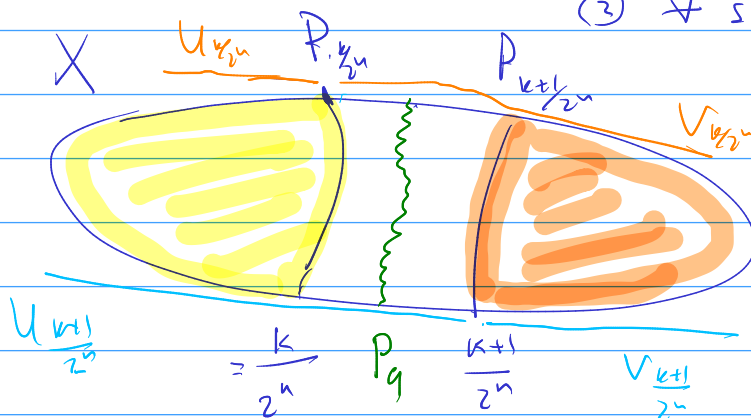
0	1			
$\frac{0}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$		
$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$
0	1	2		3
8				

$\mathcal{D} \subset [0,1]$ - глупов-разделительный класс
 $\frac{k}{2^n} \quad k=0,1,\dots,2^n$

$\forall q \in \mathcal{D} \quad (U_q, P_q, V_q)$

① P_q замкнута $i \in \text{непрерывна}$ на $U_q \cup V_q$

③ $\forall s < q \in \mathcal{D} : U_s \cup P_s \subset U_q$



P_q - непрерывна на

$U_{k/2^n} \cup P_{k/2^n}$ и

$P_{k/2^n} \cup V_{(k+1)/2^n}$

$s < q \quad U$

$U_{k/2^n} \cup P_{k/2^n} \subset U_q$

Возьмем $f: X \rightarrow [0,1] \quad f(x) = \inf \{s \mid x \in U_s\}$

① если $A \subset U_s \quad \forall s \Rightarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in A$

② если $B \subset X \setminus U_s \quad \forall s \Rightarrow f(x) = 1 \quad \forall x \in B$

③ f непрерывна: $\{[0,s) \mid s \in [0,1]\} \cup \{[s,1] \mid s \in [0,1]\}$ - непрерывна на $[0,1]$
 $f^{-1}([0,s)) = U_s \quad f^{-1}([s,1]) = V_s$

$\uparrow$

Лемма. Если $(X,\tau), (Y,\sigma)$ топ. пространства $f: X \rightarrow Y$ - непрерывна то $f^{-1}(\beta) \subset \tau$

тогда $f: X \rightarrow Y$ - непрерывна $\Leftrightarrow f^{-1}(\beta) \subset \tau$

$\Downarrow$ f - непрерывна $\Rightarrow f^{-1}(\beta) \subset f^{-1}(\sigma) \subset \tau$
непрер.

неблизки $f^{-1}(\beta) \subset \tau$

$U \in \sigma$

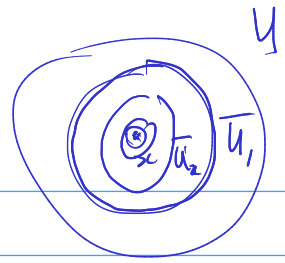
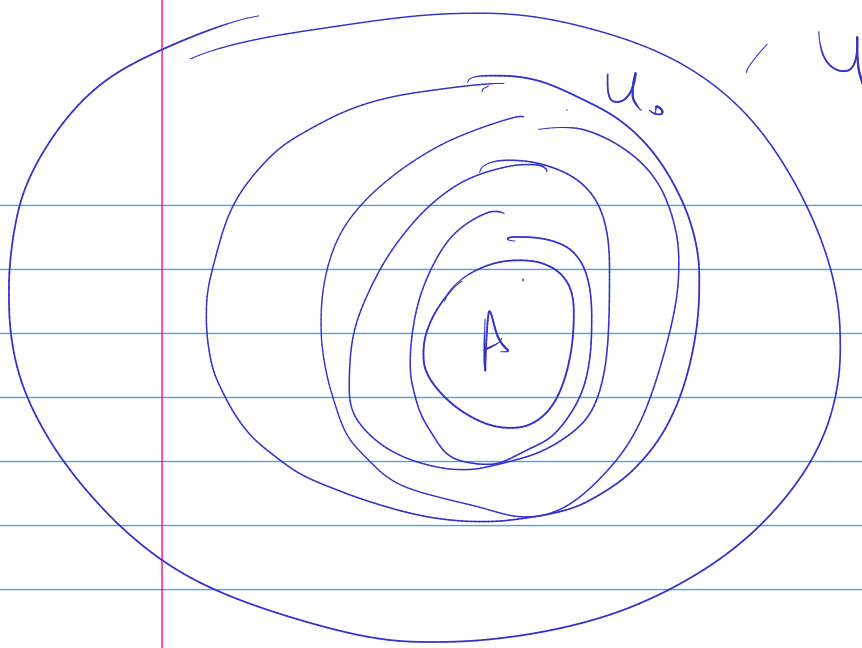
$U = \bigcup_{\alpha} \bigcap_{i=1}^{k_{\alpha}} V_{\alpha i} \quad V_{\alpha i} \in \beta$

$f^{-1}(U) = \bigcup_{\alpha} \bigcap_{i=1}^{k_{\alpha}} f^{-1}(V_{\alpha i}) \in \tau$

$f^{-1}(\beta) \subset \tau$

$\uparrow$

Лемма. $f: X \rightarrow (Y,\sigma)$ - бигипс и $\beta \subset \sigma$ - непрерывна, то $f^{-1}(\beta)$ - непрерывна $f^{-1}(\sigma)$.



27 жері қызыл және 1 жері ақ

3 жері, қызыл және 1 жері ақ + қызыл және