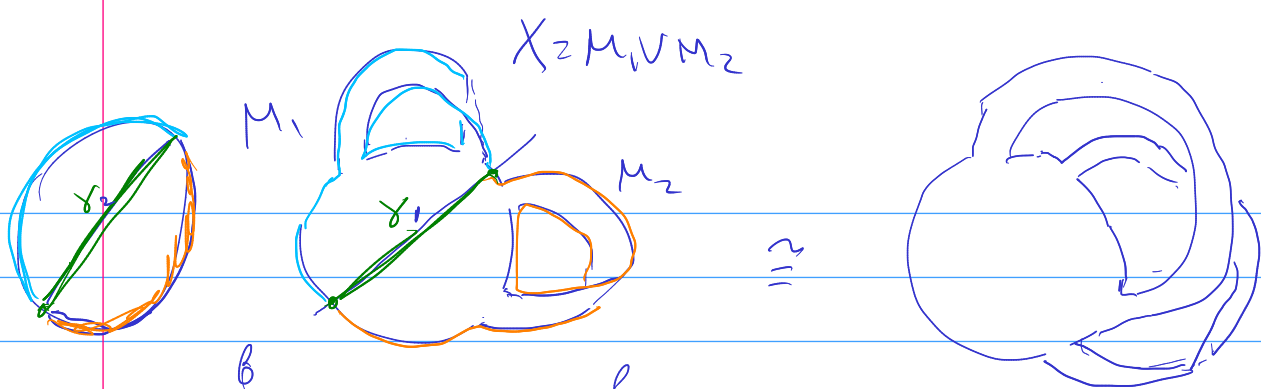
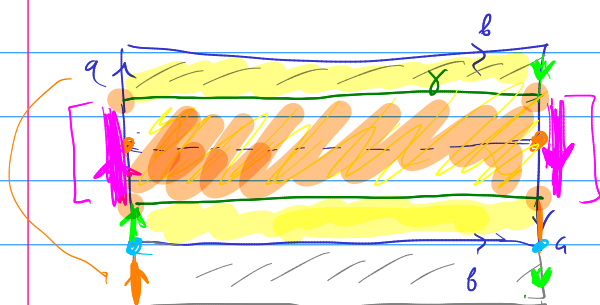




$$K = X \cup D^2$$

γ -замкнутая кривая в K
 $\gamma_1 \cup \gamma_2$

$K \setminus \gamma \cong 2$ листа диска
 склеивать по метке

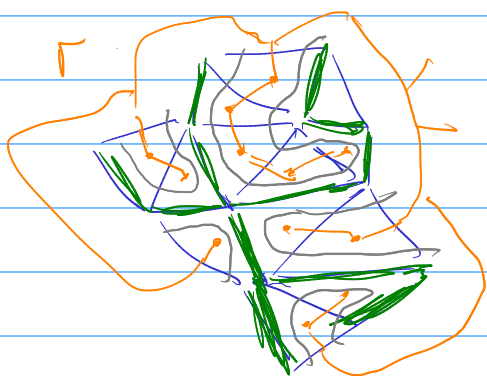


M -компл. поверхность

$\Rightarrow M$ состоит из ориентированного Δ

и набор Γ -наименьшие $\Delta^{(1)}$

Γ -глобальный разрез



$\beta^2(\Delta)$ -глобальная ориентированная Δ

$$N_T^2 = \text{star}(\Gamma) \text{ в } \beta^2(\Delta)$$

$$N_T^2 = \text{star}(\Gamma) \text{ ---}$$

Лемма

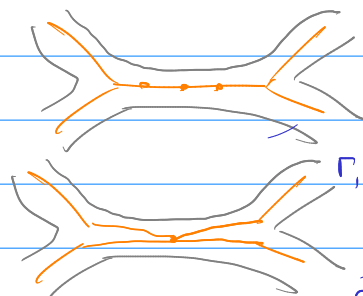
Если M -поверхность, ориентированная Δ , $\Gamma \subset \Delta^{(1)}$ -набор

$$N_T^2 = \text{star}(\Gamma) \text{ в } \beta^2(\Delta)$$

и если ℓ -кривая в Γ

$$\exists \Gamma_1 \cong \Gamma / \ell \quad \text{транзитив } \Delta' \text{ в } M$$

$$\text{так, что } N_T^2 \text{ в } \Delta \cong N_{T_1}^2 \text{ в } \Delta'$$



Настройка

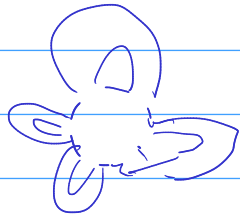
Можно выбрать

Γ -не пустой

K кривая



$N_\Gamma = \mathbb{R}P^2$, so also приклеено к сферам

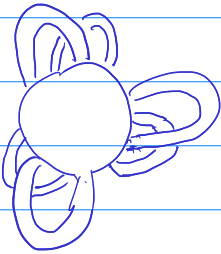


Лема

Нескін $N = \mathbb{D}^2 \cup K$ k -приклеєний сферам.

Якщо ∂N - зв'язна, то N гомеоморфно об'єкту з $2k$ таких поєданих прикладів

A_{2g}



$k=2g$

g пар сфер /
які не перерізують

B_k



k сфер, кожна з яких неперервна

O_g

N_k

$\{ \mathbb{D}^2 \cup A_{2g} \}_{g \geq 0}$ $\{ \mathbb{D}^2 \cup B_k \}_{k \geq 1}$ кожна не гомеоморфна

Наприклад

$$H_1(O_g, \mathbb{Z}) = \mathbb{Z}^{2g}$$

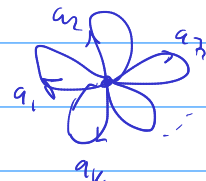
$$H_1(N_k, \mathbb{Z}) = \mathbb{Z}^{k-1} \oplus \mathbb{Z}_2$$

Теорема Ван-Кампена

Нескін $X = \bigvee_{k=1}^{\infty} S^1$

Нескін $\varphi: S^1 \rightarrow X$ - неіде

альна заміна слов $[\varphi] = a_1^{\xi_1} a_2^{\xi_2} \dots$ - слово з слов $a_1, \dots, a_k$, $\in \pi_1 X \cong F_k$



$\pi_1 X \cong F_k$

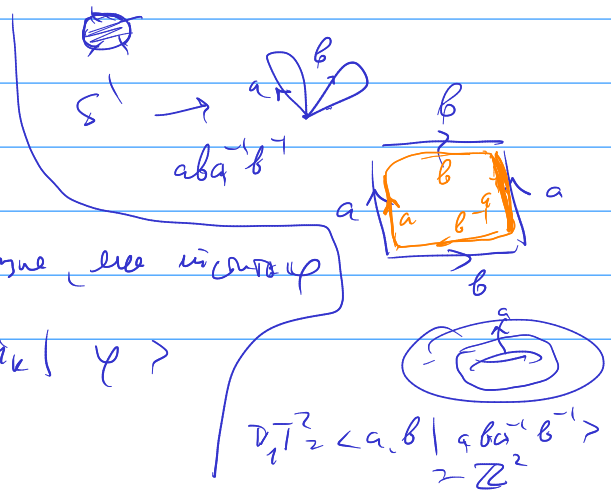
$$Y = \mathbb{D}^2 \cup_{\varphi} X$$

$G \subset F_k$ - нормальна замкнута $[\varphi]$

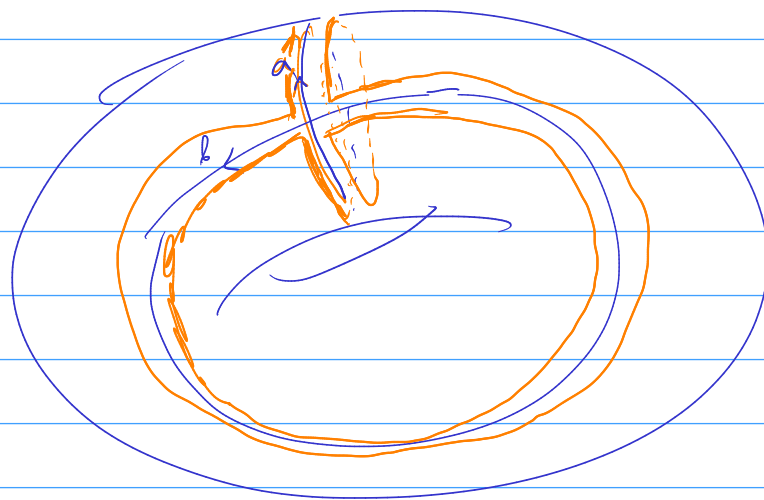
тобто Неймман - нормальна підгрупа, але не обов'язково

$$\text{тобто } \pi_1 Y = F_k / G = \langle a_1, \dots, a_k \mid \varphi \rangle$$

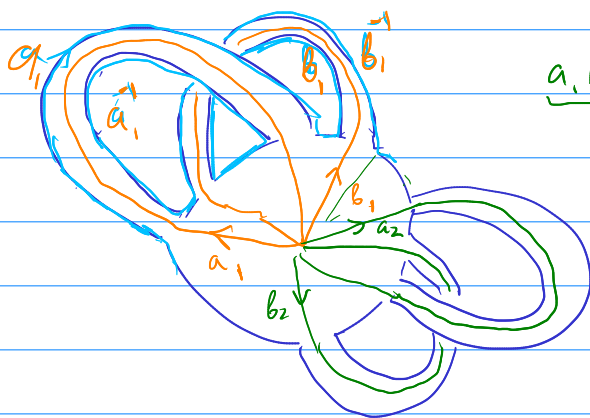
$$\varphi d^{-1} \rightarrow 1$$



$$\pi_1 Y = \langle a, b \mid a b a^{-1} b^{-1} \rangle = \mathbb{Z}^2$$



$$\pi_1(\partial g \equiv D^2 \cup A_{2g}) = \langle a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_g b_g \mid \prod_{i=1}^g [a_i, b_i] \rangle =$$



$$\underbrace{a_1 b_1 a_1^{-1} b_1^{-1}}_{[a_1, b_1]} \dots \underbrace{a_g b_g a_g^{-1} b_g^{-1}}_{[a_g, b_g]}$$

$$a b a^{-1} b^{-1} = [a, b]$$

$$a \bar{b} - \text{kommutativ} \Rightarrow [a, b] = 1$$

Топологическая

X - топ. пространство

$$H_1(X, \mathbb{Z}) \cong \pi_1(X, x)$$

$$[\pi_1(X, x), \pi_1(X, x)]$$

нормальная
подгруппа

коммутатор

$$(I, \partial I) \rightarrow (X, x) - \text{некое вложение}$$

сепарированное пространство

$$G_g = \langle a_1 b_1 \dots a_g b_g \mid \prod_{i=1}^g [a_i, b_i] \rangle$$

$$G_g \cong \mathbb{Z}^{2g}$$

$$F_{2g} \xrightarrow{\exists! \varphi} \mathbb{Z}^{2g}_2 = (\mathbb{Z}_2)^{2g}$$

$e_i, f_i, e_i f_i - e_i f_i$

$e_i \equiv 1 \pmod{2} \rightarrow 0$

$f_i \equiv 0 \pmod{2} \rightarrow 0$

$e_i \equiv 1 \pmod{2} \rightarrow 0$

$f_i \equiv 0 \pmod{2} \rightarrow 0$

$$\ker \varphi = [F_{2g}, F_{2g}]$$

$$ab = (ab \ a^{-1}b^{-1}) \cdot ba = [ab] b a$$

$$\varphi(ab) = \varphi([ab]) \varphi(ba) = \varphi(a) + \varphi(b)$$

$$\varphi(a_i b_i a_1^{-1} a_2 b_1^{-2}) = \varphi(a_i) - \varphi(b_i) = e_2 - f_1$$

$$G_g = \langle a_i b_i \dots a_g b_g \mid \prod_{i=1}^g [a_i b_i] \rangle = F_{2g} / N \quad N \text{ — норм. зам. } \prod [a_i b_i]$$

$$[F_{2g}, F_{2g}] \rightarrow F_{2g} \xrightarrow{\varphi} \mathbb{Z}^{2g}$$

$\cup$

N

$$\tilde{\varphi} \nearrow \\ F_{2g}/N = G$$

$$G/[G, G] = \mathbb{Z}^{2g}$$

$$\cap \\ [F_{2g}, F_{2g}]$$

$$\ker \tilde{\varphi} = [G, G]$$

O_g

$$G_g = \pi_1(\mathbb{D}^2 \cup A_{2g})$$

$$Ab(G_g) = \frac{G_g}{[G_g, G_g]} = \mathbb{Z}^{2g}$$

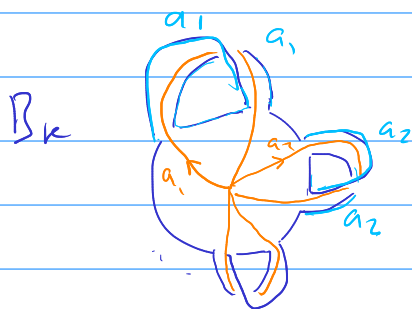
$$g \neq g' \quad \mathbb{Z}^{2g} = Ag(G_g) \neq Ag(G_{g'}) = \mathbb{Z}^{2g'}$$

$$\downarrow \\ \pi_1 O_g \neq \pi_1 O_{g'}$$

$$\downarrow \\ O_g \neq O_{g'}$$

$$N_k = \mathbb{D}^3 \cup B_k$$

$$H_k = \pi_1 N_k = \langle a_1, \dots, a_k \mid a_1^2 a_2^2 \dots a_k^2 = 1 \rangle$$



$$Ab(N_k)$$

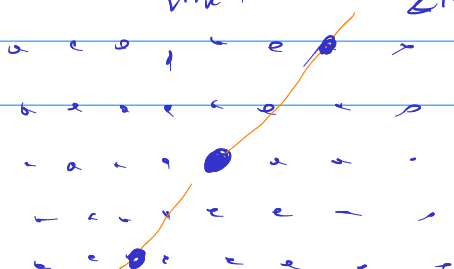
$$F_k \longrightarrow \mathbb{Z}^k = \langle e_1, \dots, e_k \rangle$$

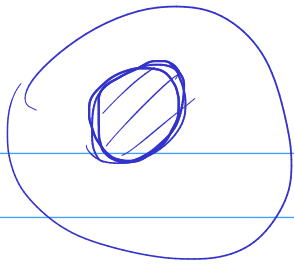
$$e_i = (0 \dots 1 \dots 0)$$

$$H_k = F_k / N(a_1^2 a_2^2 \dots a_k^2)$$

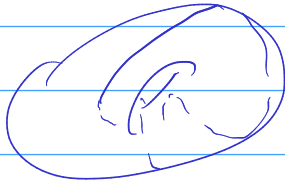
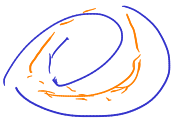
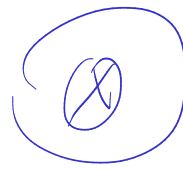
Лема

$$Ab(H_k) = \frac{H_k}{[H_k, H_k]} = \frac{\mathbb{Z}^k}{\mathbb{Z}\langle e_1 + e_2 + \dots + e_k \rangle} = \frac{\mathbb{Z}^k}{\{ (2n_1, 2n_2, \dots, 2n_k), n_i \in \mathbb{Z} \}} = \mathbb{Z}^{k-1} \oplus \mathbb{Z}_2$$

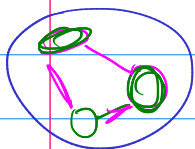
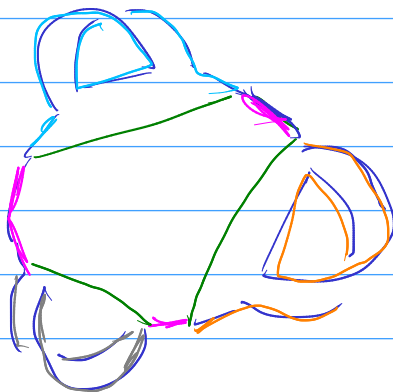
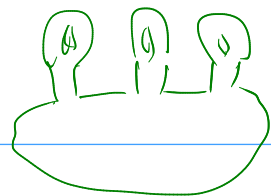
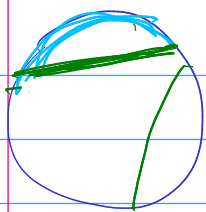




$\mathbb{R}P^2$



(P.9)



"Компактность борн-Топологии в метрике" где борн-Топология



Полнота метрики Борн-Топологии

$$X = UVV$$

$$\begin{array}{ccc} unv & \xrightarrow{i} & u \\ j \downarrow & & \downarrow u \\ v & \xrightarrow{v} & X = UVV \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \pi_1 unv & \rightarrow & \pi_1 u \\ \downarrow & & \downarrow \\ \pi_1 v & \rightarrow & \pi_1 (X = UVV) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} C_*(unv) & \xrightarrow{i} & C_*(u) \\ j \downarrow & & \downarrow u \\ C_*(v) & \xrightarrow{v} & C_*(X = UVV) \end{array} \quad (\otimes)$$

$$\mathbb{Q} \rightarrow C_n(unv) \xrightarrow{(i,j)} C_n(u) \oplus C_n(v) \xrightarrow{u-v} C_n(X) \rightarrow \mathbb{Q}$$

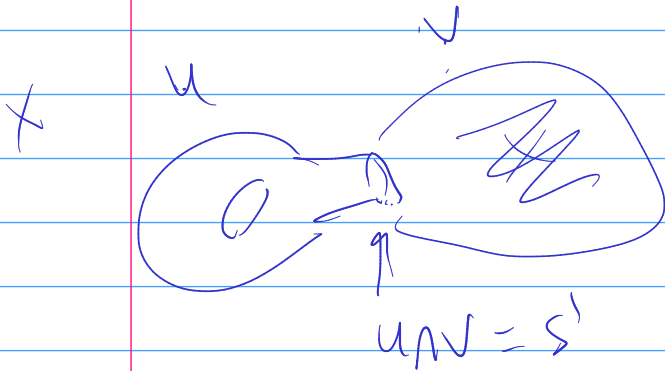
$$(p, q) \rightarrow u(p) - v(q)$$

УБ борн-Топологии (Топология метрики Борн-Топологии)

$$\lambda \rightarrow (\bar{u}(\lambda), \bar{v}(\lambda)) \rightarrow u\bar{u}(\lambda) - v\bar{v}(\lambda) \geq 0$$

no constant

$$H_n(U \cap V) \rightarrow H_n(U) \oplus H_n(V) \rightarrow H_n(X) \rightarrow H_{n-1}(U \cap V) \rightarrow \dots$$



$$\begin{aligned} H_2(X) &\rightarrow H_1(S') \rightarrow H_1(U) \oplus H_1(V) \rightarrow H_1(X) \\ &\rightarrow H_0(S') \rightarrow H_0(U) \oplus H_0(V) \end{aligned}$$

$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} \rightarrow H_1(U) \oplus H_1(V) \rightarrow H_1(X) \xrightarrow{\cong} \mathbb{Z}$$

$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$