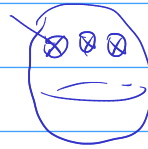


$M$  - 2-вимірний ком. модуль без нуля то  $M$  повсюдний

①



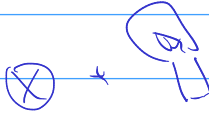
②



$M_g$  - орієнтовна

$g \geq 0$

"орієнтовний р'я"



$\approx$



$N_g$  - неорієнтовна

$g \geq 1$

неорієнтовний р'я.

Прим.

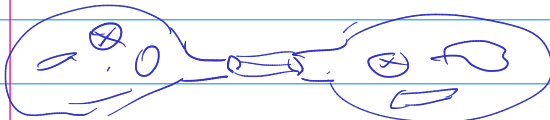
$$\{0, 1, 2, \dots\} \times 0$$

$$\{1, 2, \dots\} \times 1$$

$$\mathbb{Z} \rightarrow \begin{cases} M_n & n \geq 0 \\ N_n & n < 0 \end{cases}$$

$$N_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$$

$$\mathbb{N} \times 1$$



$n$

$\#$

$m$

$=$

3-й раз

$$2 \# 5 \geq 7$$

$$(-3) \# (-8) = -11$$

$$5 \# -3 = -3 + 2 \cdot 5 = -13$$

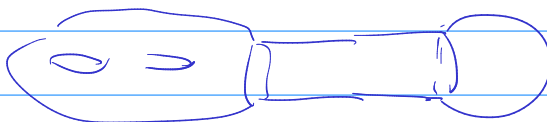
$$n \# m = \begin{cases} n + m, & \text{если } m \text{ и } n \text{ не оба отрицательны} \\ n - 2m, & \text{до знака 0} \end{cases}$$

$$m \cdot n \geq 0$$

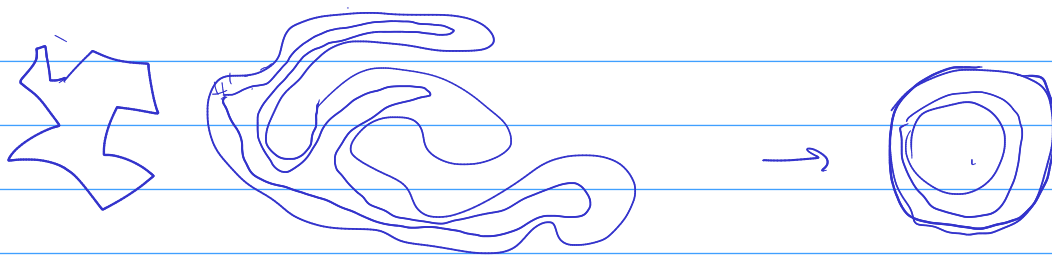
$$\begin{aligned} n &< 0 \\ m &> 0 \end{aligned}$$

$$0 \geq 5^2$$

$$1^2$$



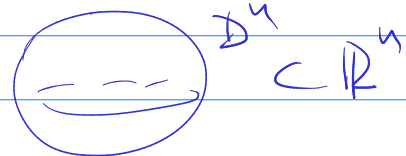
T. K. M.



$\mathbb{R}^2 \setminus \bullet$      $S^2$      $\mathbb{R}P^2$      $M_5$      $K$      $T$

Тривоу Аневсагеса    Неван  $h: D^n \rightarrow D^n$  - гомеоморфизм, сущий  
непрерывно на  $\partial D^n$     rel.  $\partial D^n$

Тогда  $h$  гомеоморфизм  $\text{id}_{D^n}$  бигуоморфизм  $\partial D^n$



$$H: D^n \times [0, 1] \rightarrow D^n$$

$$H_0 = \text{id}_{D^n}$$

$$H_1 = h$$

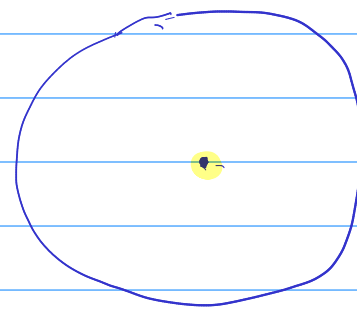
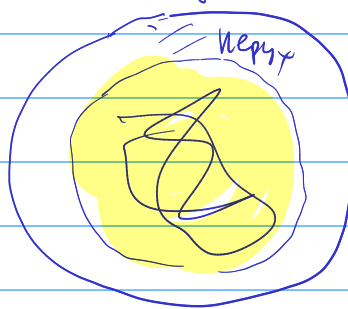
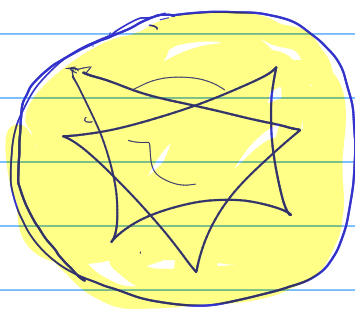
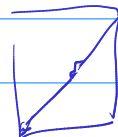
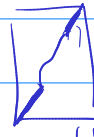
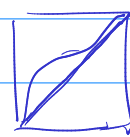
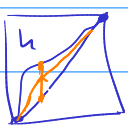
$$H_t|_{\partial D^n} = \text{id}_{\partial D^n}$$

$$H_t: D^n \rightarrow D^n \quad H_t(x) = H(x, t)$$

$H_t$  - гомеоморфизм

$$h=1 \quad D^1 \xrightarrow{h} D^1$$

$$H(x, t) = h(x) \cdot t + (1-t)x$$



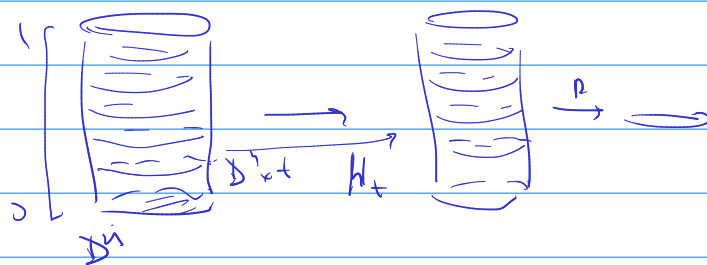
$$H: D^n \times [0, 1] \rightarrow D^n - \text{гомеоморфизм}$$

$$\hat{H}$$

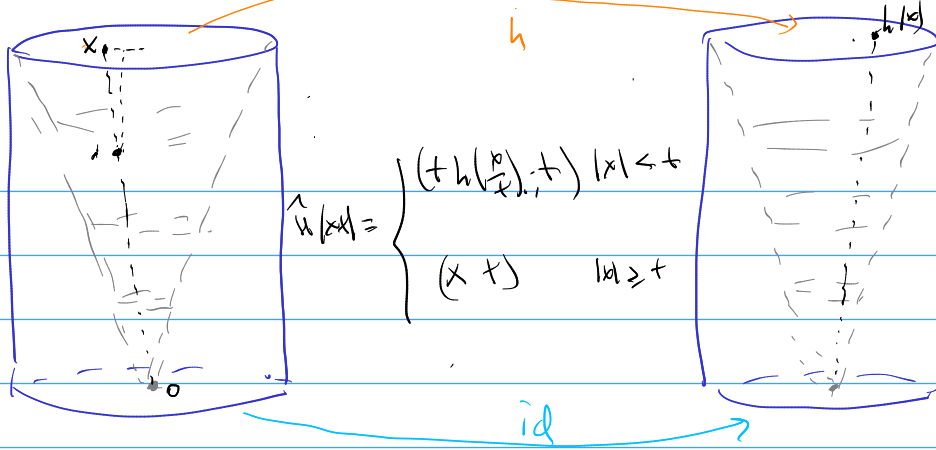
$$\hat{H}: D^n \times [0, 1] \rightarrow D^n \times [0, 1]$$

$$\hat{H}(x, t) = (H(x, t), t)$$

$\hat{H}$  - "немагический" гомеоморфизм



1 -



$$D^4 = \{ |x| \leq 1 \}$$

$$|x| = t$$

$$(t h(\frac{x}{t}), t)$$

$$(\frac{x}{t}) \geq 1 \Rightarrow$$

$\frac{x}{t}$  - не меньше 1

$$h(\frac{x}{t}) = \frac{x}{t}$$

$$t h(\frac{x}{t}) = x$$

$$t \frac{x}{t} = x$$

①  $H_0 = id_{D^4}$

②  $H_1 = h$

③  $H_t |_{\partial D^4} = id_{\partial D^4}$

$H_t$  - homeo.

группы  $D^4 \times [0,1]$

$$\hat{H}(x,t) = (h(x,t), t)$$

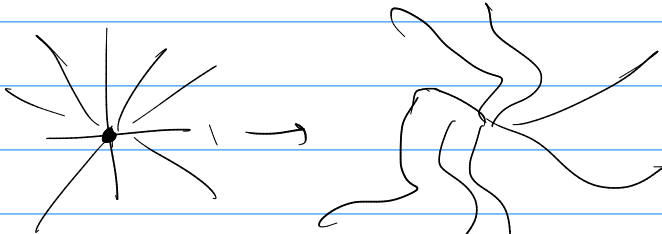
$$x \in \partial D^4$$

$$h(x,t) = x$$

$$\Rightarrow \hat{H}(x,t) = (x, t)$$

Напомним.  $H(D^4) = \{ \text{homeo } h: D^4 \rightarrow D^4 \text{ непрерывн на } \partial D^4 \} - \text{группа.}$

Лемма Homeo  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n - C^k$  - диффеоморфизм  $h(0) = 0$



Homeo  $J$  - mapping from  $h$  to  $J$

$$J: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n - \text{linear}$$

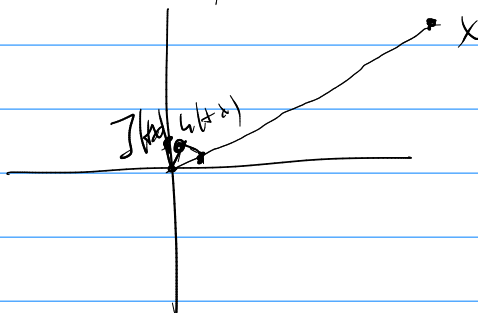
$$J(x) = [J] \cdot x$$

Будет  $J \in C^{k-1}$  - гомоморфизм на  $h \in J$

$\Downarrow$

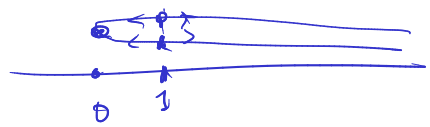
$$H: \mathbb{R}^n \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$H(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{t} h(x) & t > 0 \\ J(x) & t = 0 \end{cases}$$

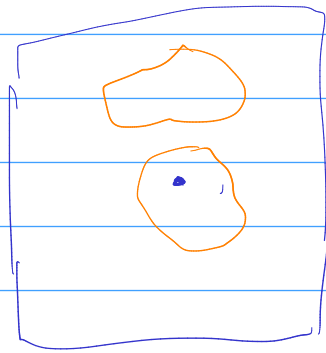


$$h(y) \approx J \cdot y$$

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \rightarrow x^2$$



Закрытие Кривы на поверхности



Th

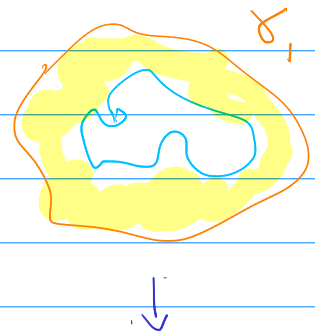
Нехай  $\gamma_1, \gamma_2 \subset S^1 \hookrightarrow \mathbb{R}^2$  два вкривлені

①  $\gamma_2(S^1)$  несе в компоненті  $\mathbb{R}^2 \setminus \gamma_1(S^1)$ , яка має компактне замикання

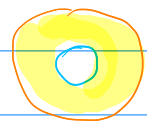
Тоді  $\exists$  гомеоморфізм  $\mathbb{R}^2 \xrightarrow{h} \mathbb{R}^2$

таким, що

$h \circ \gamma_1(S^1)$  — коло радіуса 1  
 $h \circ \gamma_2(S^1)$  — коло радіуса  $\frac{1}{2}$

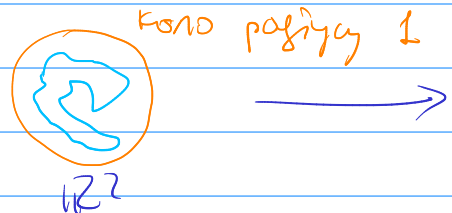
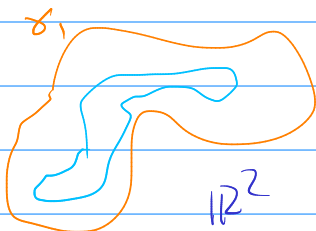


Зокрема " $\gamma_1, \gamma_2$ " облягають кілець  $S^1 \times (a, b)$



$\Downarrow$

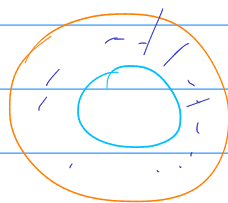
① за л. КМ  $\exists$  гомеомор.  $d: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$   
 $d \circ \gamma_1(S^1)$  — коло радіуса 1



$\exists \beta$

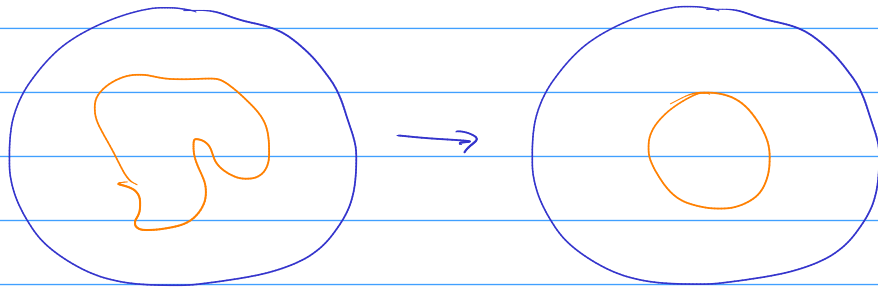
$\beta$  керує - на

$\mathbb{R}^2 \setminus B_1$



$\Uparrow$

Лемма Пусть  $\gamma: S^1 \rightarrow \mathbb{R}^2$  — замкнутая,  $\gamma(S^1) \subset B_r$ ,  $r > 1$



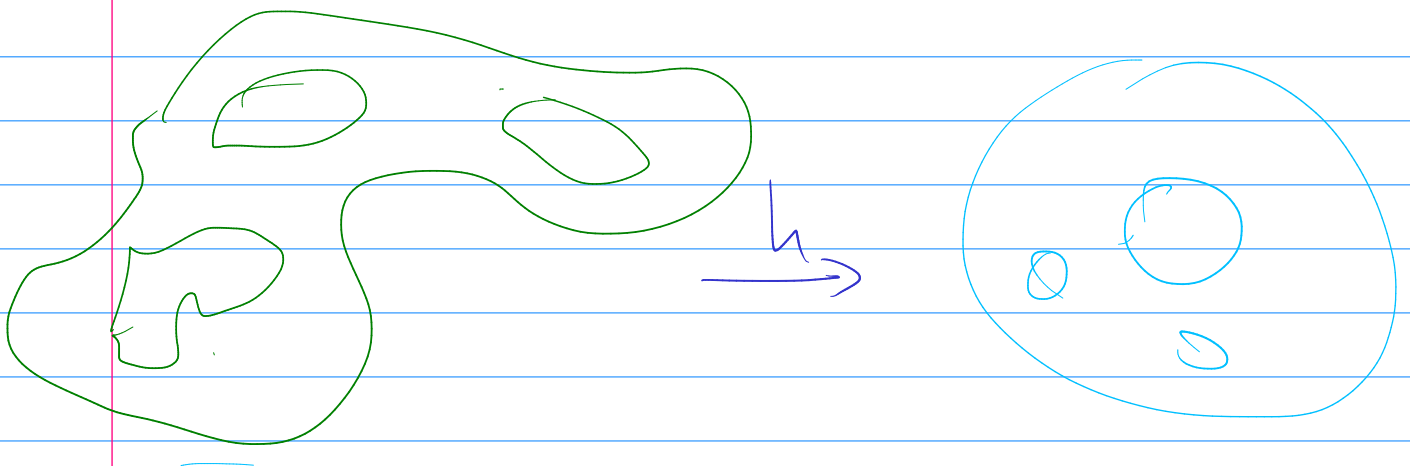
то  $\exists h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$   
 $h \circ \gamma(S^1) = \text{окр}$   
 рас. 1

$h$  непрерывна  
 $\mathbb{R}^2 \setminus B_r$

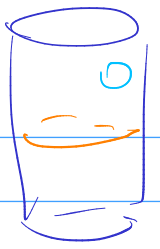
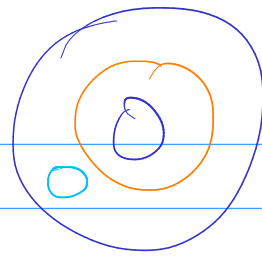
Лемма Пусть  $M, N$  — компактные многообразия  $\subset \mathbb{R}^2$

пусть  $M$  имеет  $k$  компонент связности

пусть  $\exists$  отображение  $\mathbb{R}^2 \xrightarrow{h} \mathbb{R}^2$ ,  $h(M) = N$



① Непуст  $M \supset S' \times (0,1)$   
 $\gamma: S' \hookrightarrow S' \times (0,1)$  - вложение

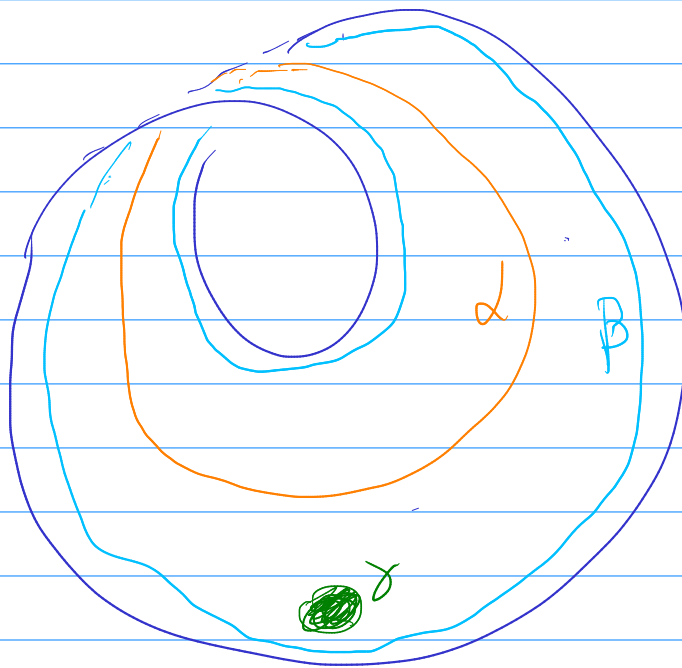
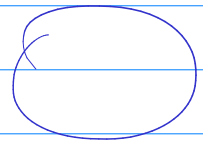


Пока  $\exists h: M \rightarrow M'$

а)  $h(\gamma(S')) = S' \times t$

б)  $h(\gamma(S'))$  - поверхность глч

②  $M$  - сфера модифика



$$M \setminus \alpha = S' \times (0,1)$$

$$M \setminus \beta = S' \times (0,1) \cup M_0$$

$$M \setminus \gamma = \text{Диск} \cup M_0^*$$

$h: M \rightarrow M'$   $h(\alpha) = \beta$  ?

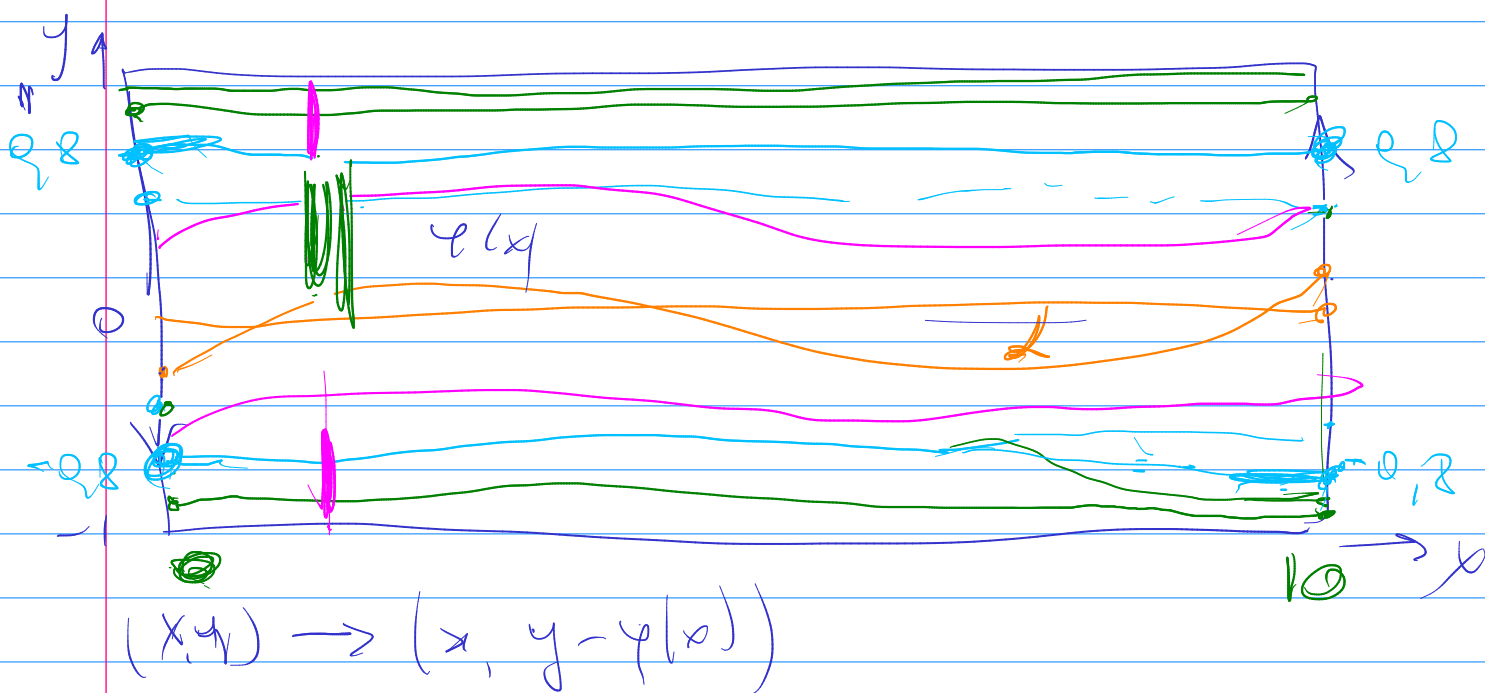
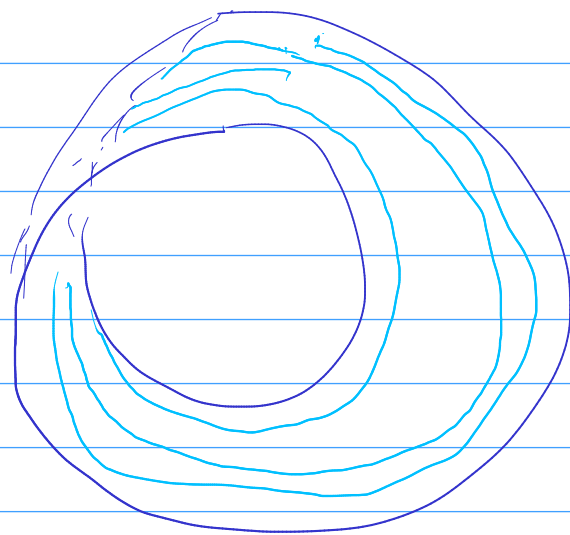
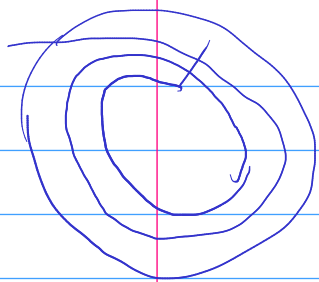
возмож.

$$h(M \setminus \alpha) = h(\beta)$$

звезда

не звезда

$\Rightarrow$  не может  
 быть  $h$



Лема Нехан  $h: M \rightarrow M$  - замкнутая сфера  
 тогда доказано, что  $h(L) \cap L \neq \emptyset$ .