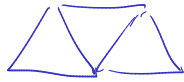


① Характеристика Вейера



② M комм. идеалы

$$X(A \cup B)$$

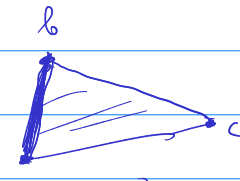


(K, Σ) - симплицейный комплекс

K - множество, Σ - сите симплицейных многоугольников

$$\bullet \{x\} \in \Sigma \quad \forall x \in K$$

$$\bullet d \in \Sigma \quad \beta \subset d \Rightarrow \beta \in \Sigma$$



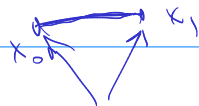
$\subset \mathbb{R}^n$

ab - ребро abc - треугольник

$A \subset \mathbb{R}^n$ A - симплекс A - многоугольник

$A = \{x_0, \dots, x_k\}$ $x_1 - x_0 \dots x_k - x_0$ - многоугольник

$$\bar{A} = \left\{ \sum_{i=0}^k t_i x_i \mid \sum t_i = 1, t_i \in [0, 1] \right\} - \text{симплекс}$$



$$tx_0 + (1-t)x_1$$

$\mathbb{R}^{htl}$

(K, Σ) $|K|$ - симплекс

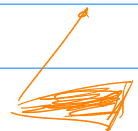
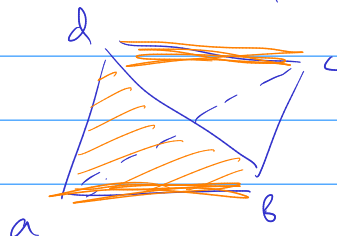
$|K| \neq \emptyset$ не пусто

$$\begin{matrix} e_0 & e_1 & \dots & e_n \\ \uparrow & & & \\ (10\dots 0) & (01\dots 0) & \dots & (0\dots 01) \end{matrix}$$

$$L = \{e_0, e_1, e_2, \dots\}$$



$$K = \{abcd\} \quad \Sigma = \{ab, cd, abd\}$$



Нехай (K, Σ) - компакт. комплекс

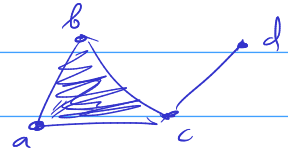
$$L \in \Sigma \quad \dim L = |L| - 1$$



$$\dim L = 2$$

$$\Sigma = \langle \cdot, b-a, c-a \rangle$$

$$\Sigma^{(i)} = \{ L \in \Sigma \mid \dim L = i \}$$



$$|\Sigma^0| = 4 - \text{вер}$$

$$|\Sigma^1| = (ab, ac, bc, cd) = 4$$

$$|\Sigma^2| = (abc) = 1$$

$$\text{Якщо } |K| < \infty$$

$$\chi(K, \Sigma) = |\Sigma^0| - |\Sigma^1| + |\Sigma^2| - |\Sigma^3| + \dots + (-1)^i |\Sigma^i| + \dots$$

Характеристика Ейлера $\chi(K, \Sigma)$.

$$\chi(\text{triangle}) = 4 - 4 + 1 = 1.$$

Теорема. Якщо (K_1, Σ_1) і (K_2, Σ_2) - два компакт. плані. у-іх комплексні планізації комплексів (гомологічно еквівалентні)

$$\Rightarrow \chi(K_1, \Sigma_1) = \chi(K_2, \Sigma_2).$$

	Σ^0	Σ^1	$\Sigma^0 - \Sigma^1$
	2	1	2 - 1 = 1
	3	2	3 - 2 = 1
	4	3	4 - 3 = 1

$$K = \{x\}, \Sigma = \{x, \emptyset\} \quad |\Sigma^0| = 1$$

$$\chi(\bullet) = \chi(\cdot) = 1$$

$$M^2 = D^2 \simeq \bullet$$

→ стегувані

ізом. еквів.

$$\chi(D^2) = \chi(\bullet) = 1$$

верш. ребр. гран

$$\chi = 3 - 3 + 1 = 1$$

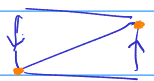


1 P

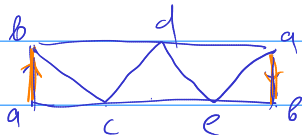


$$\chi = 4 - 5 + 2 = 1$$

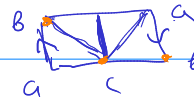
$$M = M_5$$



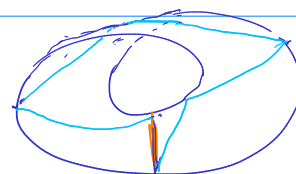
- це дуже прості. Спроби моделі



Грані



$$\chi = 5 - 10 + 5 = 0$$

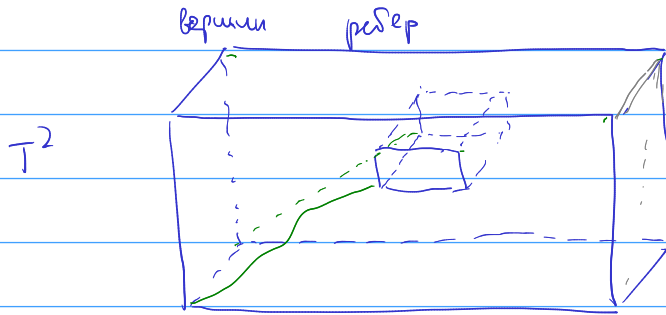


$$\chi(\Delta) = 3 - 3 = 0$$

$$S^2 = \begin{array}{c} b \\ \diagup \quad \diagdown \\ a \end{array} - \text{мечка кирайиши}$$

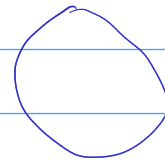


$$\chi(S^2) = 4 - 6 + 4 = 2$$



Whitehead

CW complex



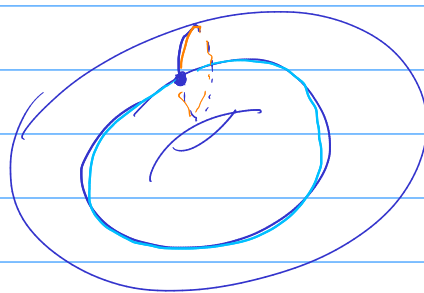
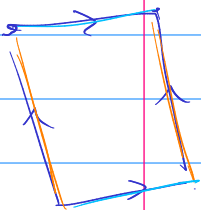
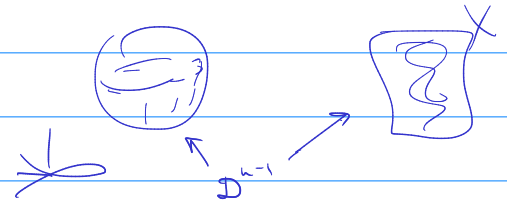
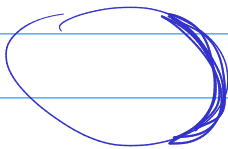
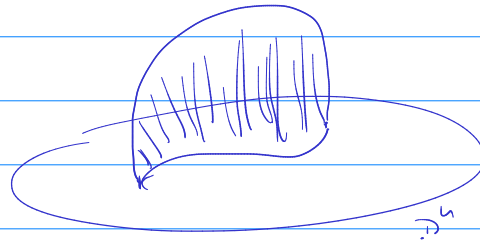
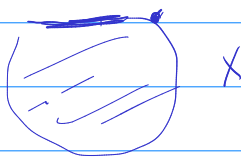
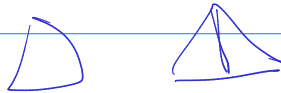
$$K_1 \simeq K_2$$

$$K_1 \xrightarrow{f} K_2$$

$$\pi_n K_1 \xrightarrow[\cong]{f_*} \pi_n K_2 \Leftrightarrow f \text{ - isomorphism}$$

b

$$16 - (24 + 2) + 10 = 16 - 26 + 10 = 0$$



$$b \quad p \quad r$$

$$1 - 2 + 1 = 0$$

$$\chi(\mathbb{R}^2) = 0$$

$$X \quad \Sigma \quad \mu: \Sigma \rightarrow [0, +\infty]$$

$$\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A \cap B)$$

$$\text{form } \mu: \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$$

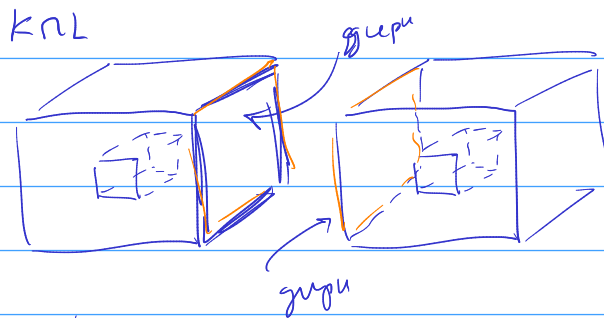
$$\mu = \mu_+ - \mu_-$$

↑
↑
sign

$$\chi(\kappa) = \sum_{i=0}^{\infty} |\zeta^{2i}| - \sum_{i=1}^{\infty} |\zeta^{2i+1}|$$

$$\chi(K \cup L) = \chi(K) + \chi(L) - \chi(K \cap L)$$

K, L - підмножини в M



$$\chi(\mu_{g=2}) = \chi(T^2 \setminus 2\text{-зра}) + \chi(T^2 \setminus 2\text{-зра}) - \chi(\square) =$$

$\underbrace{\quad}_{0-1} \quad \underbrace{\quad}_{0-1} \quad \underbrace{\quad}_{\substack{\uparrow \\ \text{мешкає на } \mu \\ \chi = 0}}$

$$= -1 + (-1) + 0 = -2.$$

CW-комплекс
 K

усереднення

симпліціальних комплексів

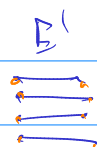


E^0 - довільна множина $\{ \text{середньої точки} \} = K^0$

$$E^1 = \bigsqcup_{i \in \mathbb{N}_1} D^1 = [0,1]$$

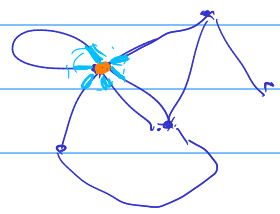
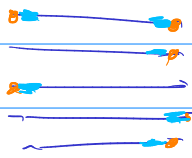
← одновимірні грані

$$\varphi: \partial E^1 \rightarrow E^0$$



$$E^1 \sqcup E^0 \xrightarrow{\pi_1} K^1 := E^1 \cup_{\varphi_1} E^0$$

грані в ідентифікації

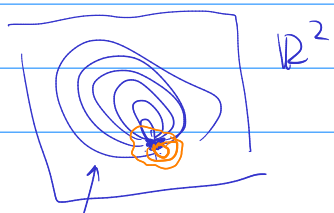


K^1 - набір одновимірних CW-комплексів

E^1 - збірка всіх відрізків

$$\varphi: \partial E^1 \rightarrow \{0\}$$

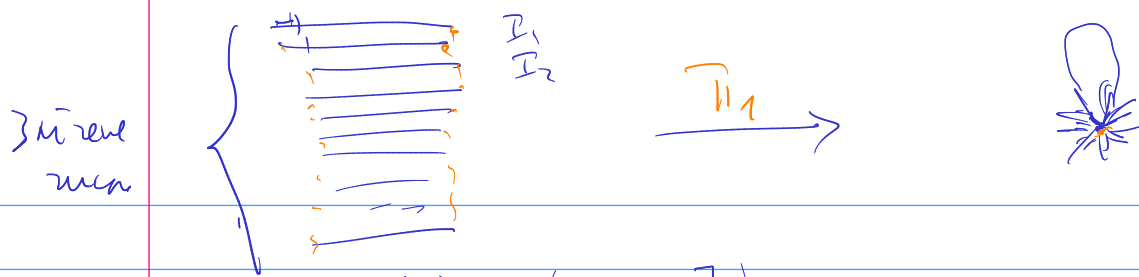
E^0 - точка



K^1



неперервна деформація, але не гомотопія



$$U_n = \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)_n \subset \mathbb{I}_n$$

$$U = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} U_n - \text{Відрізок} \partial U \subset \mathbb{I}_n$$

$\pi(U_n)$ - відрізок в K^n
або $\delta(\pi(U_n))$ не відрізок
в $\mathbb{R}^2$.

$$\mathbb{E}^2 = \bigcup_{i \in \mathbb{N}_2} D_i^{2-2g_{i,1}}$$

$$\varphi_2: \partial \mathbb{E}^2 \rightarrow K^1$$



$$K^2 = \mathbb{E}^2 \cup_{\varphi_2} K^1$$

$$\mathbb{E}^{n+1} = \bigcup_{i \in \mathbb{N}_{n+1}} D_i^{n+1}$$

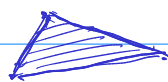
$$\varphi_{n+1}: \partial \mathbb{E}^{n+1} \rightarrow K^n$$

K^n - відрізок

$$K^{n+1} = \mathbb{E}^{n+1} \cup_{\varphi_n} K^n$$

Тобто, Простір отриманий в результаті таких ітерацій
каждий крок додає компоненти $(K^0, K^1, \dots, K^n, \dots)$

1) Скінченні зразки
Підлігати

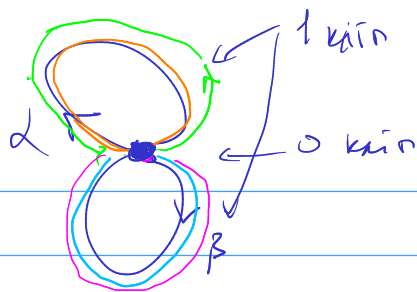
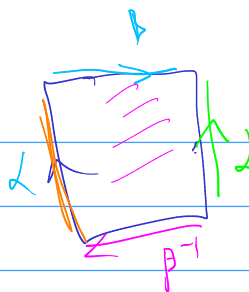
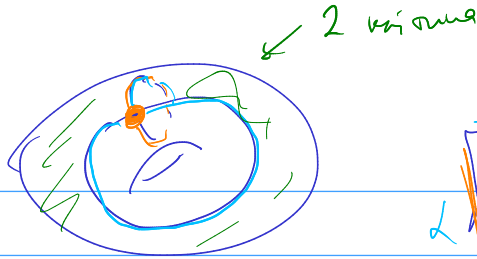
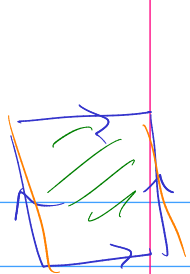


$$S^2 = \mathbb{E}^2 \cup D^2$$

$$\varphi: \partial D^2 \rightarrow *$$

$$D^2 \cup_{\varphi} * = S^2$$





$$E^3 = \bigcup D^2 \quad \partial E^3 = \bigcup \partial D_i^2 \xrightarrow{\varphi_2} K^1$$

$$E_2 \sqcup K^1 \xrightarrow{\Pi} K_2 = E^2 \sqcup K^1$$

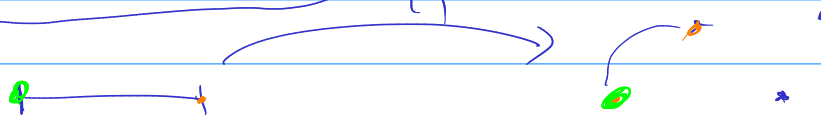
$$\partial D_i^2 \ni x \sim \varphi_2(x)$$

$$\Pi|_{\text{Int } D_i^2} : \text{Int } D_i^2 \longrightarrow K_2 - \text{biquril Brojeune}$$

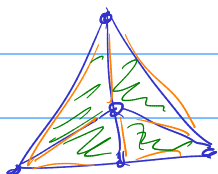
$\delta_0 \uparrow$ biqur. b K_2 - interkondu

$$\Pi|_{\Pi}(\text{Int } D_i^2) = \text{Int } D_i^2 - \text{biquril b } E_2$$

$$\Pi(\text{Int } D_i^2) - \text{biquril 2-kaituna}$$



$$\Pi(\text{Int } D^k) - \text{biquril } k\text{-kaituna}$$



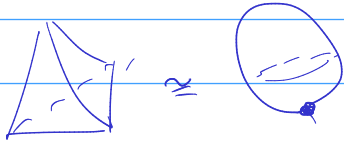
Oznan

Keski k - kaitunin kaituna, shi nat shirneve
muo bux kaituna.

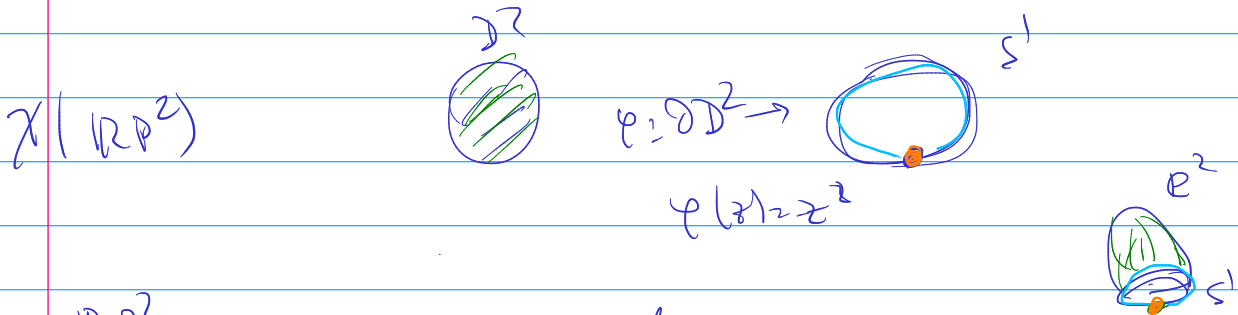
C_i - nuo i -kaituna.

Qari $\chi(k) = C_0 - C_1 + C_2 - \dots + (-1)^i C_i + \dots$
xarakteristikka Eynera k .

Теорема Если K_1 и K_2 - гомотопичны клеточные комплексы,
то $\chi(K_1) = \chi(K_2)$.

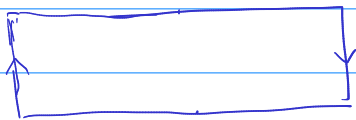


χ $4 - 6 + 4 = 2$ $1 - 0 + 1 = 2$

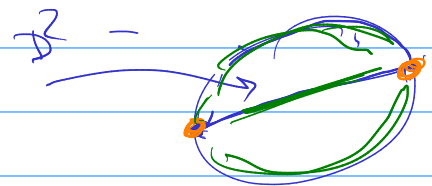
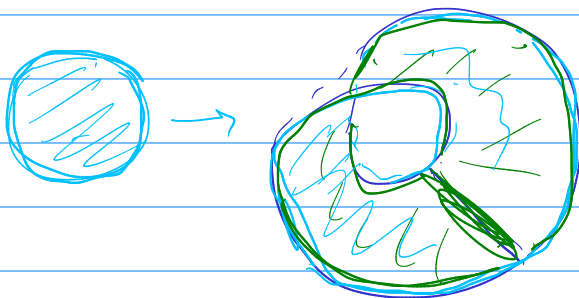


$\mathbb{RP}^2$ не имеет 1-й клетки поэтому $\partial_{-1,2}$

$\chi(\mathbb{RP}^2) = 1 - 1 + 1 = 1$



$M_0 / \partial M_0 \cong \mathbb{RP}^2$



$\chi =$ $\begin{matrix} \text{вер} \\ \text{ор} \end{matrix}$ $\begin{matrix} \text{ор} \\ \text{вер} \end{matrix}$ $\begin{matrix} \text{2-клетка} \end{matrix}$
 $\quad \quad \quad \textcircled{2} \quad \rightarrow \quad \textcircled{3} \quad + \quad 2 = 1$

$\pi_1 \mathbb{RP}^2 = \mathbb{Z}_2$



$\mathbb{R}^3 \cong \langle \alpha, \beta, \gamma \rangle \subset C[0,1]$

$\mathbb{R}^3 = \{a\alpha + b\beta + c\gamma \mid a, b, c \neq 0\} \cong (t\alpha + b\beta + c\gamma) \cdot \mathbb{RP}^2$