

Lista 9

Funções de Uma Variável

Técnicas de Integração e Integrais Impróprias

Técnicas de Integração

1 — Calcule:

- a) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+3}} dx$
- b) $\int \text{sen}(\ln t) dx$
- c) $\int \frac{e^{\text{arctg } x}}{1+x^2} dx$
- d) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+3}} dx$
- e) $\int \text{csc}^6(2t) dt$
- f) $\frac{1}{4x^2 + 4x - 3}$
- g) $\int \frac{x^2 + x}{x^3 - x^2 - 2x} dx$
- h) $\int x^3 \text{sen } x^2 dx$
- i) $\int \frac{\text{senh } x}{1 + \text{cosh } x} dx$
- j) $\int e^{3z} \cos(4z) dz$
- k) $\int \frac{4x^4 + x + 1}{x^5 + x^4} dx$
- l) $\int \text{tg}^2(2t) \sec^4(2t) dt$
- m) $\int \frac{x^2 \sqrt{4x^2 - 9}}{d} dx$
- n) $\int x^2 \sqrt{1+x^2} dx$
- o) $\int_0^{2\pi} \text{sen}^5(2x) dx$
- p) $\int \sqrt{y} \ln y dy$

- q) $\int x^2 \sqrt{x-2} dx$
- r) $\int \frac{1}{\sqrt{16x^2 + 9}} dx$
- s) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16x^2 + 9}} dx$
- t) $\int \frac{1}{\sqrt{16x^2 + 9}} dx$
- u) $\int \frac{\text{senh } \ln x}{x} dx$
- v) $\int_0^{\pi} \cos(3x) \cos(8x) dx$

2 — Calcule:

- a) $\int 2^{-\sqrt{x}} dx$
- b) $\int \frac{\text{tg } x + \text{sen } x}{\sec x} dx$
- c) $\int \frac{e^{4t}}{(e^{2t} - 1)^3} dx$
- d) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$
- e) $\int_0^{\pi} \text{sen}^2(x) dx$
- f) $\int \text{sen}(3x) \cos(8x) dx$
- g) $\int \text{sen}^4(x) dx$
- h) $\int \sec^2(x) dx$
- i) $\int \sec^3(x) dx$
- j) $\int \sec^5(x) dx$

3 — Mostre que a área limitada pela elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

é $A = \pi ab$

4 — Use o método das cascas cilíndricas para calcular o volume do sólido obtido rotacionando a região R em torno do eixo y. Esboce o sólido obtido.

- a) R é limitada por baixo pelo eixo x e acima por $y = \cos x$ entre $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.
- b) R é limitada por baixo pelo eixo x, a direita pela reta $x = e$ e acima por $y = \ln x$ entre $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.

Integrais Impróprias

5 — Calcule as integrais impróprias abaixo:

- a) $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$
- b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$
- c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$
- d) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx$
- e) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin^2 x} dx$ [Dica no final]

6 — Determine para quais valores de $p > 0$ cada integral abaixo converge e, nesse caso, calcule a integral:

a) $\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx$

b) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$

7 — Determine se a integral diverge ou converge e, nesse último caso, calcule a integral:

- a) $\int_0^{\infty} \sin x dx$
- b) $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$
- c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+4x+9} dx$
- d) $\int_0^{1/2} \frac{1}{x \ln x} dx$
- e) $\int_0^{1/2} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$
- f) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$
- g) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$
- h) $\int_0^{\infty} \frac{1}{x(1+\ln^2)} dx$
- i) $\int_0^{\infty} \left(\frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2} \right) dx$ [Dica no final]
- j) $\int_0^{\infty} \frac{1}{x+1} dx$
- k) $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2-x+1} dx$
- l) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^2-1} dx$
- m) $\int_2^{\infty} \frac{1}{(x^2-1)^2} dx$

Dicas 1e) $\sin x = \frac{\operatorname{tg} x}{\sec x}$. 3g) Integre por partes $\int \frac{\cos x}{x} dx$ e compare com a integral da outra parcela.