

Структурные особенности 2F-планарных отображений римановых пространств с f -структурой

Цвентух Е.

(ОНУ, Одесса, Украина)

E-mail: ktsventoukh@gmail.com

Курбатова И.Н.

(ОНУ, Одесса, Украина)

E-mail: irina.kurbatova27@gmail.com

Рассмотрим риманово пространство (V_n, g_{ij}, F_i^h) с метрическим тензором g_{ij} и аффинорной структурой F_i^h . Говорят, что F_i^h определяет f -структуру [2], если имеют место условия

$$F_\alpha^h F_\beta^\alpha F_i^\beta + F_i^h = 0, \quad i, h, \alpha, \beta, \dots = 1, 2, \dots, n,$$

$$Rg\|F_i^h\| = 2k \quad (2k < n).$$

Будем считать f -структуру согласованной с метрикой в виде

$$F_{ij} + F_{ji} = 0, \quad F_{ij} = g_{i\alpha} F_j^\alpha$$

Обозначим

$$F_i^h = F_i^h, \quad F_i^h = F_\alpha^h F_i^\alpha.$$

В дальнейшем полагаем аффинор ковариантно постоянным:

$$F_{i,j}^h = 0,$$

где $\langle\langle, \rangle\rangle$ - знак ковариантной производной в V_n .

Пусть (V_n, g_{ij}, F_i^h) и $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$ - римановы пространства с заданными на них аффинорными структурами. 2F-планарное отображение (2FПО) [1] (V_n, g_{ij}, F_i^h) на $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$ по необходимости сохраняет структуру, то есть в общей по отображению системе координат (x^i)

$$F_i^h(x) = \bar{F}_i^h(x),$$

и основные уравнения 2FПО имеют вид

$$\bar{\Gamma}_{ij}^h(x) = \Gamma_{ij}^h(x) + \psi_{(i} \delta_{j)}^h + \phi_{(i} F_{j)}^h + \sigma_{(i} F_{j)}^h,$$

где $\Gamma_{ij}^h, \bar{\Gamma}_{ij}^h$ - компоненты объектов связности V_n, \bar{V}_n ; $\psi_i(x), \phi_i(x), \sigma_i(x)$ - некоторые ковекторы, а круглыми скобками обозначена операция симметрирования. 2FПО считается тривиальным при $\psi_i = \phi_i = \sigma_i = 0$.

Мы показали, что $\sigma_i = 0$ эквивалентно $\psi_i = \phi_i = 0$, то есть в этом случае 2FПО тривиально, так что нетривиальные 2FПО следует искать среди отображений (V_n, g_{ij}, F_i^h) на $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$ с вышеуказанными основными уравнениями, где имеет место один из вариантов:

$$I \quad \psi_i = 0, \quad \phi_i \neq 0, \quad \sigma_i \neq 0;$$

$$II \quad \psi_i \neq 0, \quad \phi_i = 0, \quad \sigma_i \neq 0;$$

$$III \quad \psi_i \neq 0, \quad \phi_i \neq 0, \quad \sigma_i \neq 0.$$

Будем называть 2F-планарное отображение *каноническим I(II) типа* и обозначать 2FПО(I)(2FПО(II)) в случае I(II) и просто 2FПО в случае III.

Оказывается, что отображаемые пространства представляют собой произведение римановых пространств, одно из которых келерово, причем на компонентах этого произведения исходное $2F$ -планарное отображение в зависимости от типа индуцирует геодезическое, голоморфно-проективное или аффинное отображение [3].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Raad Kadem. О $2F$ -планарных отображениях пространств аффинной связности. *Abstracts of the Colloquium on Differential Geometry, Eger, Hungary* : 20–25, 1989.
- [2] А.П. Широков. Структуры на дифференцируемых многообразиях. *Итоги науки. Сер. Мат. Алгебра. Топол. Геом. 1967*: 127–188, 1969.
- [3] Н. С. Синюков. Геодезические отображения римановых пространств . Москва : Наука, 1979.