

Інваріант Пейксото для хордових діаграм на поверхні з межею

Пришляк Олександр Олегович

(м.Київ)

E-mail: prishlyak@yahoo.com

Прус Андрій Анатолійович

(м.Київ)

E-mail: andrei.prus@mail.ru

У роботі М.М.Пейксото [1] ввів поняття «розрізнюючого графа», який ставиться у відповідність довільному потоку Морса та довів теорему про те, що даний граф є повним топологічним інваріантом, який класифікує потоки Морса на двовимірних многовидах з точністю до топологічної еквівалентності.

Нашою метою є узагальнити відомості про даний інваріант для поверхонь з межею та описати процес побудови «розрізнюючого графа» для потоків Морса на зв'язних компактних поверхнях зі зв'язною межею, заданих за допомогою хордових діаграм. В якості кола(виділеного циклу) будемо розглядати межу поверхні, а хордами будуть сепаратриси сідлових точок межі.

Задача побудови інваріанта Пейксото для деякого потоку Морса еквівалентна задачі побудови так званої системи обертання (rotation system) [2] для даного потоку. Опишемо процес побудови системи обертання для потоку, заданого за допомогою хордової діаграми.

Пронумеруємо всі ребра діаграми та будемо по черзі розглядати особливі точки потоку. Навколо кожної особливої точки опишемо коло достатньо малого радіуса. Проходячи по тій частині кола, яка знаходиться всередині діаграми на своєму шляху ми будемо зустрічати ребра, які входять або виходять із особливої точки. Номера ребер записуємо до списку в такому порядку, в якому вони зустрічалися при обході. Якщо в результаті розрізання поверхні по деякому ребру на діаграмі присутні два ребра, які ототожнюються, то в такому випадку при обході деякої особливої точки та проході через одне з таких ребер ми переносимося на інше та продовжуємо обхід по колу навколо відповідної особливої точки, що еквівалентна початковій.

Отримані списки, у кількості яка дорівнює кількості особливих точок, і будуть складати систему обертання даного потоку. Дві системи будуть еквівалентними, якщо одну з іншої можна отримати за допомогою підстановки на множині номерів ребер або зміною порядку номерів у списку на протилежний одночасно для всіх списків.

Теорема 1. *Два потоки Морса з особливими точками на межі будуть траєкторно еквівалентними тоді і тільки тоді, коли їх системи обертання еквівалентні.*

Приклад 2. Для тора з діркою з 6 особливими точками на межі існує 2 різних хордових діаграм. Системи обертання для даних діаграм мають наступний вигляд:

$$(1; 2; 3; 4), (5; 6; 7; 8), (9; 6; 1), (8; 3; 9), (4; 7; 10), (10; 2; 5) \\ (1; 2; 3; 4), (5; 6; 7; 8), (9; 2; 5), (8; 3; 10), (10; 6; 1), (4; 7; 9)$$

ЛІТЕРАТУРА

- [1] M. M. Peixoto. On the classification of flows on 2-manifolds. In book: "Dynamical systems", New York, London: Academic Press, 1973, p. 389–419.
[2] Jonathan L. Gross, Thomas W. Tucker. *Topological Graph Theory*, Courier Corporation, 1987. ISBN: 0486417417, 9780486417417