Певні характеристики спеціальної геометрії дотичного розшарування простору афінної зв'язності, породженої інваріантною теорією наближень базового простору

Синюкова Олена Миколаївна
(ДЗ «ПНПУ імені К.Д. Ушинського», Одеса, Україна)
E-mail: olachepok@ukr.net

Розглядання у довільній точці $M(x^i), i = \overline{1,n}$, простору афінної зв'язності A^n, $n \in N$, $n > 2$, ріманової системи координат дозволяє для компонент $\Gamma^h_{ij}(x^1, ..., x^n)$ афінної зв'язності цього простору отримати інваріантні відносно вибору системи координат ряди типу рядів Тейлора, члени яких залежать не лише від координат поточної точки, а й від компонент $y^i, i = \overline{1,n}$, дотичного елемента у ній. Як результат нехтування у цих рядах доданками третього і більш високих порядків малості відносно компонент y^i, утворюються компоненти афінної зв'язності

$$\widetilde{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = \Gamma^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) - \frac{1}{3} R^h_{(ij)\alpha}(x^1, ..., x^n) y^\alpha,$$

де $h, i, j, \alpha = \overline{1,n}$, $R^h_{(ij)\alpha}(x^1, ..., x^n)$ — компоненти тензора кривини простору A^n, круглі дужки позначають симетрування без ділення за вміщеними у них індексами. Виходячи зі структури компонент $\widetilde{\Gamma}^h_{ij}$, можна стверджувати, що вони характеризують певний геометричний об'єкт простору дотичного розшарування $T(A^n)$, визначають на A^n деяку «поширену» афінну зв'язність $\widetilde{\Gamma}$, у певному сенсі подібну до зв'язностей Картана і Бервальда фінслерової геометрії.

За допомогою «поширеної» афінної зв'язності $\widetilde{\Gamma}$ для тензорних полів простору $T(A^n)$, вводиться [1] коваріантне диференціювання «;» за правилом

$$T^h_i(x; y)_{;j} = \frac{\partial T^h_i}{\partial x^j} - y^\alpha \Gamma^\beta_{\alpha j} \frac{\partial T^h_i}{\partial y^\beta} + \Gamma^h_{j\alpha} T^\alpha_i - \Gamma^\alpha_{ji} T^h_\alpha$$

На підставі компонент $\widetilde{\Gamma}^h_{ij} y$ у просторі дотичного розшарування $T(A^n)$, за допомогою операції типу повного ліфту [2] побудовано зв'язність $\widehat{\Gamma}$, компоненти $\widehat{\Gamma}^h_{ij}, h, i, j = \overline{1,2n}$ якої знаходяться згідно формул

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = \widetilde{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n); \quad h, i, j = \overline{1,n};$$

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = \frac{\partial \widetilde{\Gamma}^{h-n}_{ij}}{\partial x^\alpha}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) y^\alpha; \quad h = \overline{n+1, 2n}; \quad j, k, \alpha = \overline{1,n};$$

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = -\widetilde{\Gamma}^{h-n}_{i\ j-n}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n); \quad h, j = \overline{n+1, 2n}; \quad i = \overline{1,n};$$

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = -\widetilde{\Gamma}^{h-n}_{i-n\ j}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n); \quad h, i = \overline{n+1, 2n}; \quad j = \overline{1,n};$$

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = -\widetilde{\Gamma}^h_{i-n\ j-n}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n); \quad i, j = \overline{n+1, 2n}; \quad h = \overline{1,n};$$

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = 0, i = \overline{n+1, 2n}; h, j = \overline{1,n};$$

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1, ..., x^n; y^1, ..., y^n) = 0, j = \overline{n+1, 2n}; h, i = \overline{1,n};$$

$$\widehat{\Gamma}^h_{ij}(x^1,...,x^n;y^1,...,y^n) = -\widetilde{\Gamma}^{n-h}_{n-in-j}(x^1,...,x^n;y^1,...,y^n),\ h,i,j=\overline{n+1,2n}.$$

За допомогою зв'язності $\widehat{\Gamma}$ у просторі $T(A^n)$ природним чином введено коваріантне диференціювання « | ».

Досліджено взаємозвязки між стандартним коваріантним диференціюванням «,» у просторі A^n, коваріантними диференціюваннями «;» і « | » у $T(A^n)$. При цьому мається на увазі, що простір A^n природним чином вкладено у простір $T(A^n)$.

Література

[1] Н. С. Синюков, Е. Н. Синюкова, Ю. А. Мовчан. Некоторые актуальные аспекты развития теории геодезических отображений римановых пространств и её обощений *Изв.вузов. Математика*, 3(382) : 76–80, 1994.

[2] K. Yano, Sh. Ishihara. Tangent and cotangent bundles: differential geometry – *Pure and applied mathematics*, New York : Dekker, 1973.