

СПЕЦІАЛЬНІ КЕЛЕРОВІ ПРОСТОРИ

О. Лесечко

(Одеська державна академія будівництва та архітектури, Дідріхсона, 4, Одеса, Україна)
E-mail: a.lesechko@ukr.net

О. Савченко

(Херсонський державний університет, Університетська, 27, Херсон, Україна)
E-mail: savchenko.o.g@ukr.net

Келеровим простором K_n ($n = 2N$) називається псевдоріманів простір з метричним тензором $g_{ij}(x)$, у якому існує структура $F_i^h(x)$, що задовольняє співвідношенням [1]:

$$F_\alpha^h F_i^\alpha = -\delta_i^h; \quad F_{(ij)} = 0; \quad F_{i,j}^h = 0,$$

де $F_{ij} \equiv g_{i\alpha} F_j^\alpha$, кома — знак ковариантної похідної по зв'язності K_n .

Келерові простори вперше вивчалися П. А. Широковим, які він назвав А-просторами. Потім ці простори вивчав Є. Келер. В літературі, як правило, ці простори називають келерові.

Задля зручності введемо в K_n операцію спряження [2]:

$$A_{\bar{i}\dots} \equiv A_{\alpha\dots} F_i^\alpha, \quad B^{\bar{i}\dots} \equiv B^{\alpha\dots} F_\alpha^i.$$

Простором V_n першого класу називають гіперповерхню плаского простору. Його тензорні ознаки, необхідні та достатні умови мають вигляд

$$R_{hijk} = \epsilon(b_{hk}b_{ij} - b_{hj}b_{ik}), \quad b_{ij,k} = b_{ik,j}, \quad (1)$$

тут $\epsilon = \pm 1$; $b_{hi} = b_{ih}$. Згортаючи, отримаємо

$$R_{ij} = \epsilon(bb_{ij} - b_{\alpha j}b_i^\alpha), \quad (2)$$

де $b = b_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}$; $b_j^i = b_{\alpha j}g^{\alpha i}$.

Домножимо (1) на b_m^h та згорнемо по h

$$b_m^\alpha R_{\alpha ijk} = \epsilon(b_m^\alpha b_{\alpha k}b_{ij} - b_m^\alpha b_{\alpha j}b_{ik}).$$

Після врахування (2) та (1), дістанемо

$$b_m^\alpha R_{\alpha ijk} = bR_{mijk} - R_{mk}b_{ij} + R_{mj}b_{ik}. \quad (3)$$

Подіємо операцією спряження по індексам j, k та віднімемо отримане від рівняння (3)

$$R_{mj}b_{ik} - R_{mk}b_{ij} - R_{m\bar{j}}b_{i\bar{k}} + R_{m\bar{k}}b_{i\bar{j}} = 0.$$

Згорнемо по індексам m, j :

$$R_{\alpha k}b_i^\alpha = \frac{R}{2}b_{ik}.$$

Для конформно-пласких келерових просторів першого класу доведено

Theorem 1. *Не існує конформно-пласких келерових просторів першого класу відмінних від пласких.*

Таким чином, клас конформно-пласких келерових просторів дорівнює двом.

REFERENCES

- [1] O. Savchenko, T. Shevchenko, and S. Hedulian. Conformal recurrent Kähler spaces. *Proceedings of the International Geometry Center*, 17(1), 88-98, 2024. <https://doi.org/10.15673/pigc.v17i1.2752>
- [2] D. Doikov, and V. Kiosak. On the Schwarzschild model for gravitating objects of the Universe. *AIP Conference Proceedings*, 2302(040001), 2020. <https://doi.org/10.1063/5.0033657>