Про геодезичні відображення слабо рекурентних псевдоріманових просторів

Олександр Лесечко
Одеська державна академія будівництва та архітектури, 65029 Одеса, Україна
E-mail: a.lesechko@ukr.net

Олег Назаренко
Одеська державна академія будівництва та архітектури, 65029 Одеса, Україна
E-mail: gelo.fabric@gmail.com

Псевдоріманові простори, в яких існує тензор $T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{j_1 j_2 \dots j_m}$ такий, що

$$T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{j_1 j_2 \dots j_n, k} = \rho_k T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{j_1 j_2 \dots j_m} \tag{1}$$

називають *T-рекурентними.*

А якщо умови (1) виконуються для тензора Рімана, то такі простори називають *рекурентними.*

Векторні поля $u_k \neq 0$, які задовольняють для ненульових тензорів $T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{j_1 j_2 \dots j_m}$ умові

$$u_k T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{j_1 j_2 \dots j_m} + u_{j_1} T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{j_2 k \dots j_m} + u_{j_2} T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{k j_1 \dots j_n} = 0 \tag{2}$$

називають *векторними оболонками тензора* $T^{i_1 i_2 \dots i_r}_{j_1 j_2 \dots j_m}$ відносно індексів k, j_1 та j_2.

Якщо векторна оболонка задається відносно кососиметричної пари індексів тензора Рімана, тобто

$$u_i R^h_{jkl} + u_k R^h_{jli} + u_l R^h_{jik} = 0 \tag{3}$$

то вона називається *векторною оболонкою тензора Рімана.*

Враховуючи диференціальну тотожність Біанки, легко переконатися, що в рекурентних псевдоріманових просторах існує векторна оболонка тензора Рімана. Тому псевдоріманові простори, в яких виконуються умови (3), називають *слабо рекурентними просторами.*

Нехай тензор D^h_{ijk} такий, що

$$D^h_{ijk} = R^h_{ijk} - B(\delta^h_k g_{ij} - \delta^h_j g_{ik}),$$

де δ^h_i — символи Кронекера, R_{ijk} —тензор Рімана, а B — деякий інваріант.

Якщо умові (2) буде задовольнять тензор D^h_{ijk}, тобто

$$u_i D^h_{jkl} + u_k D^h_{jli} + u_l D^h_{jik} = 0,$$

то такі простори будемо називать *D–слабо рекурентними псевдоріманововими просторами.*

В роботі доведено, якщо D–слаборекурентний псевдоріманів простір V_n допускає нетривіальні геодезичні відображення, то в ньому виконується принаймні одна з таких умов

$$M_{kj} - \frac{M}{n} g_{kj} = 0 \quad \textit{або} \quad a_{\alpha i} u^\alpha = \tfrac{1}{\tau} u_i,$$

де a_{ij} є тензором з лінійної форми основних рівнянь теорії геодезичних деформацій, $M = M_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta}$, $M_{ij} = R_{ij} - B(n-2) g_{ij}$.