О классах Соболева с критическим показателем

Е.С. Афанасьева
(Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Славянск)
E-mail: afanasieva@nas.gov.ua

В.И. Рязанов
(Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Славянск)
E-mail: vl.ryazanov1@gmail.com

Р.Р. Салимов
(Институт математики НАН Украины, Киев)
E-mail: ruslan.salimov1@gmail.com

Пусть D и D' – области в $\mathbb{R}^n$, $n \geqslant 2$. Напомним, что *внутренней дилатацией* отображения $f : D \to D'$, имеющей все первые частные производные в точке x, называется величина

$$K_I(x,f) = \begin{cases} \frac{|J_f(x)|}{l(f'(x))^n} & J_f(x) \neq 0, \\ 1 & f'(x) = 0, \\ \infty & \text{в остальных точках}, \end{cases} \tag{1}$$

где $J_f(x)$ — якобиан отображения f, $l\left(f'(x)\right) = \min\limits_{h \in \mathbb{R}^n, |h|=1} |f'(x)h|$.

Функция $\varphi : D \to \mathbb{R}$ имеет *конечное среднее колебание в точке* $x_0 \in \overline{D}$ если

$$\overline{\lim_{\varepsilon \to 0}} \; \frac{1}{m(D(x_0,\varepsilon))} \int_{D(x_0,\varepsilon)} |\varphi(x) - \overline{\varphi}_\varepsilon| \; dm(x) \; < \; \infty,$$

где

$$\overline{\varphi}_\varepsilon \; = \frac{1}{m(D(x_0,\varepsilon))} \int_{D(x_0,\varepsilon)} \varphi(x) \; dm(x) \; = \; \frac{1}{|D(x_0,\varepsilon)|} \int\limits_{D(x_0,\varepsilon)} \varphi(x) \; dm(x)$$

— среднее значение функции $\varphi(x)$ по $D(x_0,\varepsilon) = D \bigcap B(x_0,\varepsilon)$, $\varepsilon > 0$.

Теорема 1. *Пусть D и D' — ограниченные области со слабо плоскими границами в $\mathbb{R}^n$, $n \geqslant 2$, и пусть $f : D \to D'$ — гомеоморфизм класса Соболева $W^{1,n-1}_{\text{loc}}$ с $K_I \in L^1_{\text{loc}}(D)$. Если $K_I(x,f)$ имеет конечное среднее колебание в каждой граничной точке области D, то f имеет гомеоморфное продолжение $\overline{f} : \overline{D} \to \overline{D'}$.*

Определение слабо плоской границы см. в [1] стр. 74.

Литература

[1] O. Martio, V. Ryazanov, U. Srebro, E. Yakubov. *Moduli in Modern Mapping Theory* New York: Springer, 2009. – 367 p.